ORSAY
Série A. N°
N° D'ordre :
166

THESE

présentée
à L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

par

M ROUSSEAU
Ingénieur E.N.S.T.

Pour obtenir le titre d'Ingénieur-Docteur

ETUDE D'UNE DIODE A AVALANCHE EN HYPERFREQUENCE

Simulation du phénomène sur ordinateur

Réalisation d'un amplificateur

Soutenue le 27 Juin 1972 devant la commission d'examen

M.M. GRIVET Président

BERTEIN Examinateur
POITEVIN Examinateur

THESE

présentée
à L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

par

M ROUSSEAU
Ingénieur E.N.S.T.

Pour obtenir le titre d'Ingénieur-Docteur

ETUDE D'UNE DIODE A AVALANCHE EN HYPERFREQUENCE

Simulation du phénomène sur ordinateur

Réalisation d'un amplificateur

Soutenue le 27 Juin 1972 devant la commission d'examen

M.M.	GRIVET	Président
	BERTEIN	Examinateur
	POITEVIN	Examinateur

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici toute ma reconnaissance à

Monsieur POITEVIN, Ingénieur en Chef des Télécommunications, chargé du département Etudes Fondamentales de Transmission, qui m'a accueilli dans ses services et m'a dirigé tout au long de ce travail.

Je remercie vivement

Monsieur CHATAIN, Ingénieur des Télécommunications, dont l'aide et les conseils me furent particulièrement précieux au cours de cette étude.

Je voudrais également remercier

Monsieur RAMAT, Inspecteur Principal Adjoint ainsi que les membres des Laboratoires Hyperfréquence et du Centre de Calcul du CNET dont la collaboration active et amicale a facilité mon travail.

Je tiens à remercier

Monsieur le Professeur GRIVET, Directeur de l'Institut d'Electronique à la Faculté des Sciences d'ORSAY

Monsieur le Professeur BERTEIN, Professeur à la Faculté des Sciences d'ORSAY

pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de faire partie du jury.

Je ne saurais enfin oublier dans mes remerciements, les personnels des Services Administratifs et Techniques du C.N.E.T. qui ont assuré la réalisation matérielle de cette thèse.

TABLE DES MATIERES

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

CHAPITRE I

INTRODUCTION 1

CHAPITRE II

ANALYSE THEORIQUE DU COMPORTEMENT DES DIODES A AVALANCHE 2

1 - Modèle utilisé 2

1-1- Hypothèses simplificatrices 2

1-2- Modèle physique 2

1-3- Modèle mathématique 3

2 - Résolution analytique (Etude en petit signal) 7

2-1- Simplification du modèle 7

2-2- Condition d'avalanche 8

2-3- Expression de l'impédance dynamique 10

2-4- Résultats 13

3 - Résolution numérique (Etude en grand signal) 15

3-1- Normalisation des équations 15

3-2- Conditions aux limites 17

3-3- Méthode théorique 19

3-4- Discrétisation 21

3-5- Méthode pratique 24

3-6- Influence du circuit extérieur 29

3-7- Applications 34

CHAPITRE III

ETUDE PRATIQUE DE LA DIODE A AVALANCHE, REALISATION D'UN AMPLIFICATEUR 39

1 - Généralités 39

2 - Etude théorique de l'amplification 39

2-1- Considérations générales 39

2-2- Simplification du réseau d'adaptation 42

3 - Monture utilisée 43

3-1- Description 43

3-2- Détermination d'un schéma électrique équivalent 45

4 - Mesures sur la diode 49

4-1- Méthode 49

4-2 - Résultats 50

5- Adaptation de la diode 52

5-1- Choix de la cavité 53

5-2- Choix de la ligne 53

6- Performance de l'amplificateur 55

6-1- Gain et bande passante 55

6-2- Facteur de bruit 59

CHAPITRE IV

CONCLUSION 61

ANNEXE I

BARRIERE DE POTENTIEL 62

ANNEXE II

LIGNE RADIALE 67

BIBLIOGRAPHIE 70

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Du fait de l'utilisation grandissante des ondes hyperfréquences dans des domaines civils et militaires et dans des applications terrestres ou spatiales, les physiciens ont cherché à miniaturiser les systèmes et à augmenter leur fiabilité. De nombreuses recherches ont été entreprises ces dernières années, pour obtenir des structures à"état solide" qui présentent une résistance dynamique négative et peuvent être utilisées comme élément actif des oscillateurs. C'est READ (réf. 1), qui en 1958, mit théoriquement en évidence un tel phénomène dans des diodes à avalanche (ou diode IMPATT) et en 1965, une réalisation de GILDEN et HINES (réf.2) confirma en grande partie les résultats théoriques.

Les études récemment menées sur les diodes à avalanche ont permis de réaliser en laboratoire des oscillateurs délivrant en onde continue jusqu'à 3 watts en bande X et 1 watt à 40 GHz (12 mW ont même été obtenus à 150 GHz). De plus, alors que le rendement moyen à 10 GHz est de 6 %, des valeurs dépassant 15 % ont pu être atteintes.

Parallèlement aux recherches expérimentales sur la structure du matéria et sur les circuits d'adaptation, différentes études théoriques ont été entreprises afin d'analyser le comportement du semi-conducteur et d'optimiser ses propriétés. Les performances souhaitées devenant de plus en plus élevées et par la même de plus en plus difficiles à obtenir, il faut tenir compte dans l'approche théorique de plusieurs modes de fonctionnement possibles et introduire de nouveaux paramètres difficilement intégrables dans une solution analytique ; c'est pourquoi nous avons mis au point un programme de calcul sur ordinateur qui permette de simuler avec précision le comportement de la diode.

En plus des possibilités d'oscillation, l'existence d'une résistance négative peut autoriser un fonctionnement en amplificateur. L'intérêt d'un tel dispositif réside dans le fait qu'on ne sait pas réaliser en hyperfréquence cette fonction pour des niveaux de sortie élevés. En effet les amplificateurs à diode tunnel et à diode paramétrique saturent pour des niveaux de sortie de l'ordre de - 20 dBm, et par ailleurs les amplificateurs à transistors ne sont pas encore utilisables pour des fréquences supérieures à 4 GHz. Actuellement peu d'études ont été entreprises et aucun amplificateur utilisant une diode à avalanche n'est commercialisé. C'est pourquoi à partir d'une série de mesures de l'impédance dynamique des diodes nous avons réalisé un amplificateur et étudié ses performances.

.../.

CHAPITRE II

ANALYSE THEORIQUE DU COMPORTEMENT DES DIODES A AVALANCHE

1 - Modèle utilisé

1-1- Hypothèses simplificatrices

Avant d'étudier les modèles physiques et mathématiques, différente hypothèses doivent être précisées. On suppose ainsi dans la suite de l'étude que :

- le semi-conducteur n'est pas dégénéré
- la température et l'évacuation thermique sont uniformes dans le milie
- les impuretés sont toutes ionisées
- le dopage est indépendant du temps
- le modèle est unidimensionnel.

De plus on néglige l'effet de peau et l'ionisation par effet ZENER.

Ces hypothèses sont habituellement faites pour les études de semi-conducteurs et n'en réduisent pas de façon sensible la généralité.

1-2- Modèle physique

Le profil de dopage étudié est celui de la figure 1. Il correspond aux diodes à avalanche de la série AH produites par la Société THOMSON-CSF. Le semi-conducteur utilisé est le silicium, la section S est égale à 1.1×10^{-4} cm^2 et le courant nominal de polarisation est de 21 mA.

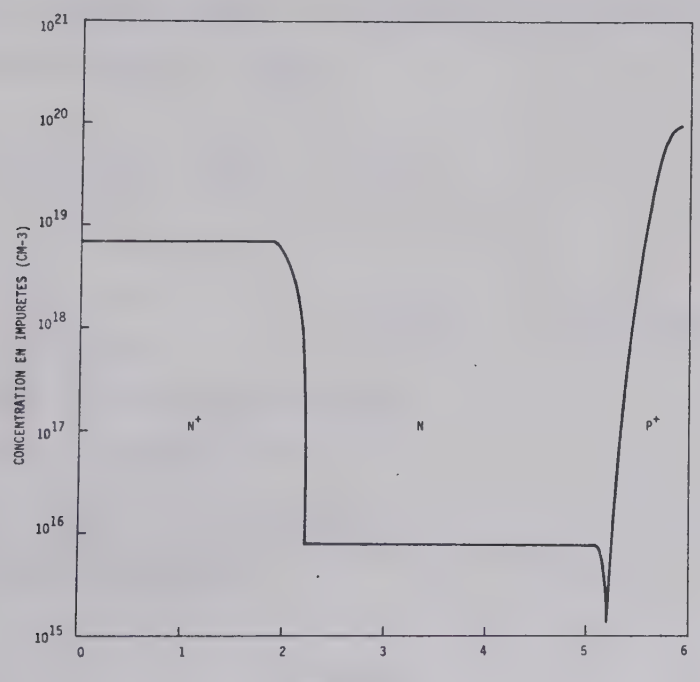


FIGURE 1 - PROFIL DU DOPAGE

1-3- Modèle mathématique

Il permet de décrire le comportement statique et dynamique des porteurs soumis aux différents champs dans le semi-conducteur.

1-3-a- Equation de Poisson

On note p et n respectivement les densités de trous et d'électrons, N_D et N_A les densités de donneurs et d'accepteurs.

L'équation de Poisson est :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon} (p - n + N_D - N_A)$$

où E est le champ électrique, q la valeur absolue de la charge d'un électron et ε la permittivité du silicium.

Introduisons le dopage $d_t = N_D - N_A$ dans cette équation

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon} (p - n + d_t)$$

1-3-b- Equations de continuité

Elles s'écrivent :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

G est le taux de création (en valeur algébrique) d'une paire électron-trou et J_p et J_n sont respectivement les courants de conduction de trous et d'électron avec l'orientation indiquée figure 2.

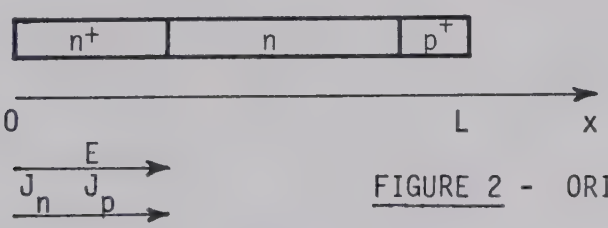


FIGURE 2 - ORIENTATIONS CHOISIES

Le terme G se décompose en deux :

- un terme G_1 de recombinaison :

Pour l'exprimer analytiquement on utilise la loi de SHOCKLEY-READ-HALL (réf. 3 et 4) qui donne le taux de recombinaison pour un seul niveau de piège dans la bande interdite.

$$G_1 = \frac{np - n_i^2}{t_p\,(n + n_o) + t_n\,(p + p_o)}$$

t_p , t_n représentent les durées de vie des porteurs minoritaires, p_o et n_o les densités de porteurs à l'équilibre (dans le cas où le niveau de Fermi coïncide avec le niveau du piège), n_i la concentration intrinsèque.

- un terme G_2 d'ionisation :

Il tient compte de l'ionisation par choc. Les porteurs qui possèdent une énergie suffisante (c'est à dire ceux soumis à un champ électrique intense) peuvent ioniser un atome neutre et donner naissance à une paire électron-trou. Soit α_p et α_n le nombre de paires respectivement créées par un trou et un électron sur une unité de longueur ; on obtient alors :

$$G_2 = \alpha_n \left|\frac{J_n}{q}\right| + \alpha_p \left|\frac{J_p}{q}\right|$$

Les expressions de α_p et α_n en fonction du champ électrique sont données par GIBBONS et SZE (réf.5) et indiquées figure 3 pour le silicium. La forme analytique est :

$$\alpha_{p,n} = a_{p,n} \times \exp\,(-b_{p,n}/E)$$

avec :

$a_p = 2{,}3.10^7\ cm^{-1}$ $\qquad$ $b_p = 3{,}3.\ 10^6\ V.cm^{-1}$

$a_n = 3{,}8.10^6\ cm^{-1}$ $\qquad$ $b_n = 1{,}7.\ 10^6\ V.cm^{-1}$

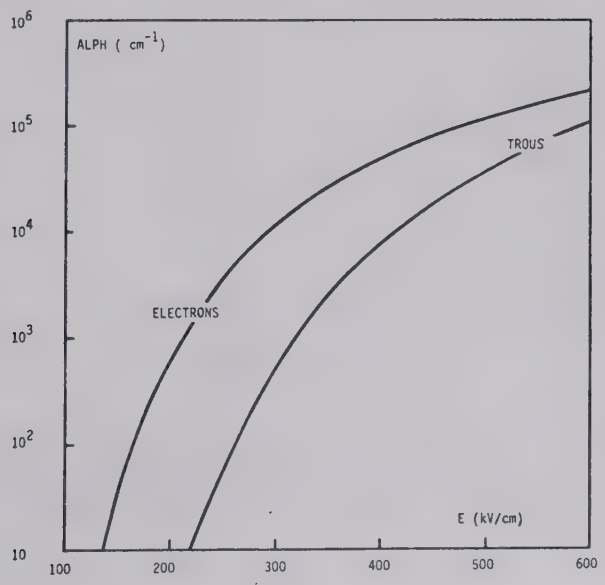


FIGURE 3 - TAUX D'IONISATION DES ELECTRONS ET DES TROUS

.../.

1-3-c- Expression des courants de conduction

Chaque densité de courant se compose d'un terme de conduction qui caractérise le déplacement des porteurs sous l'action du champ électrique et d'un terme de diffusion qui tend à uniformiser les densités de porteurs.

Avec les conventions de signe définies figure 2 on trouve :

$$J_p = q.p.v_p - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$J_n = q.n.v_n + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

Exprimons les vitesses en fonction des mobilités :

$$v_{p,n} = \mu_{p,n} E$$

En supposant la relation d'Einstein valable quel que soit E :

$$D_{p,n} = \mu_{p,n} \frac{kT_A}{q}$$

T_A : température absolue

k : constante de Boltzmann

On trouve :

$$J_p = q\mu_p \left(pE - \frac{kT_A}{q} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

$$J_n = q\mu_n \left(nE + \frac{kT_A}{q} \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

Les expressions de μ_p et μ_n sont déduites des études expérimentales réalisées par PRINCE (réf. 6) et PRIOR (réf.7). Pour le silicium on a dans le système c.g.s.:

$$\frac{1}{\mu_p^2} = \frac{1}{480} \left[1 + \frac{|d_t|}{\frac{|d_t|}{81} + 4.10^{16}} \right] + \frac{E^2 \left(E.10^{-5} + 1{,}1 \right)}{(E + 9{,}7.10^3).\ 6{,}1.10^3}$$

$$\frac{1}{\mu_n^2} = \frac{1}{1400} \left[1 + \frac{|d_t|}{\frac{|d_t|}{350} + 3.10^{16}} \right] + \frac{E^2 \left(E.6{,}3.10^{-5} + 3 \right)}{(E + 3.1.10^4).\ 3{,}5.10^3}$$

Pour des régions fortement dopées on a représenté figures 4 et 5 les variations de la mobilité et de la vitesse avec le champ électrique. On remarque une même vitesse limite pour les électrons et les trous égale à 10^7 cm/s.

.../.

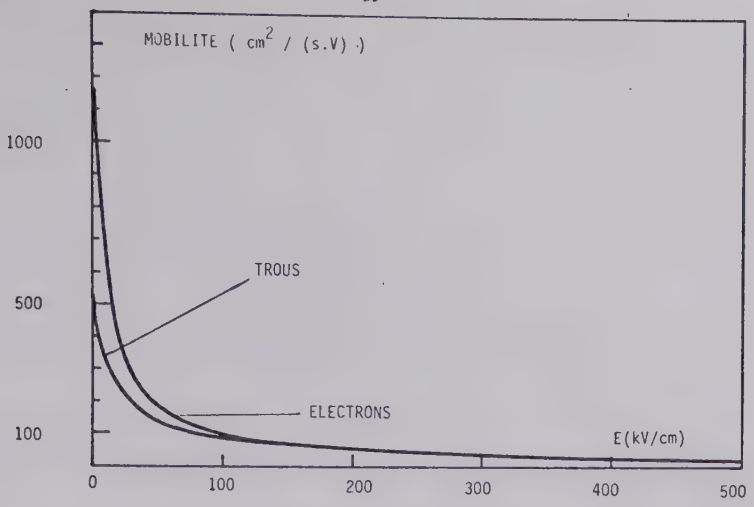


FIGURE 4 - MOBILITE DES PORTEURS

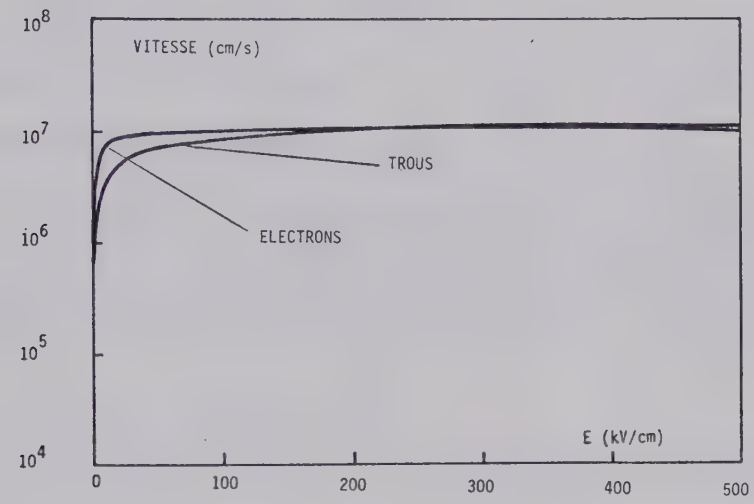


FIGURE 5 - VITESSE DES PORTEURS

Compte tenu du courant de déplacement, la densité de courant total est :

$$J_o = J_p + J_n + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

1-3-d- Equations du problème

Les équations décrites ci-dessus constituent le système I

$$I \quad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial t} = G_2 - G_1 - \dfrac{1}{q} \dfrac{\partial J_p}{\partial x} & (1) \\ \dfrac{\partial n}{\partial t} = G_2 - G_1 + \dfrac{1}{q} \dfrac{\partial J_n}{\partial x} & (2) \\ \dfrac{\partial E}{\partial x} = \dfrac{q}{\varepsilon} (p - n + d_t) & (3) \end{cases}$$

.../.

avec

$$J_p = q.\mu_p.\left(pE - \frac{kT_A}{q}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$$

$$J_n = q.\mu_n.\left(nE + \frac{kT_A}{q}\frac{\partial n}{\partial x}\right)$$

En combinant les équations (1), (2), et (3) on trouve :

$$\frac{\partial J_o}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(J_p + J_n + \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}\right) = 0$$

ce qui implique que le courant total J_o est indépendant de x.

2- Résolution analytique (Etude en petit signal)

Le système d'équations I du fait de sa complexité, ne peut être résolu analytiquement. C'est pourquoi READ (réf.1) puis GILDEN et HINES (réf.2) ont travaillé sur un modèle plus simple qui décrit de façon satisfaisante le fonctionnement de la diode en régime de petits signaux et permet d'établir une expression de l'impédance dynamique.

2-1- Simplification du modèle

Pour réaliser une étude analytique on est conduit aux hypothèses additionnelles suivantes :

- On néglige le terme G_1 de recombinaison
- Conformément à la figure 3 on remarque que :

$$\alpha_p \simeq k\,\alpha_n = 0{,}1\,\alpha_n$$

Comme le démontre Mc KAY (réf.8) on peut introduire à la place de α_p et α_n un coefficient d'ionisation moyen α

$$\alpha = \frac{k-1}{\text{Log } k}\,\alpha_n = 0{,}39\,\alpha_n$$

- On suppose que la vitesse des porteurs est indépendante du champ électrique. Ceci se vérifie sur la figure 5 pour des champs supérieurs à 100kV/cm. Cette vitesse la même pour chaque type de porteur, est notée v.

- On néglige le courant de diffusion.

.../.

Le système I devient alors :

$$\text{II} \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = \alpha.v.\ (n+p) - \frac{1}{q}\ \frac{\partial J_p}{\partial x} & (1) \\ \frac{\partial n}{\partial t} = \alpha.v.\ (n+p) + \frac{1}{q}\ \frac{\partial J_n}{\partial x} & (2) \\ \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon}\ (p-n+d_t) & (3) \end{cases}$$

Le courant de conduction total est :

$$J_{co} = J_p + J_n = qpv + qnv$$

2.2. Condition d'avalanche

Si on polarise en inverse le semi-conducteur décrit au paragraphe 1.2. on obtient une répartition du champ électrique indiquée schématiquement figure 6 (b).

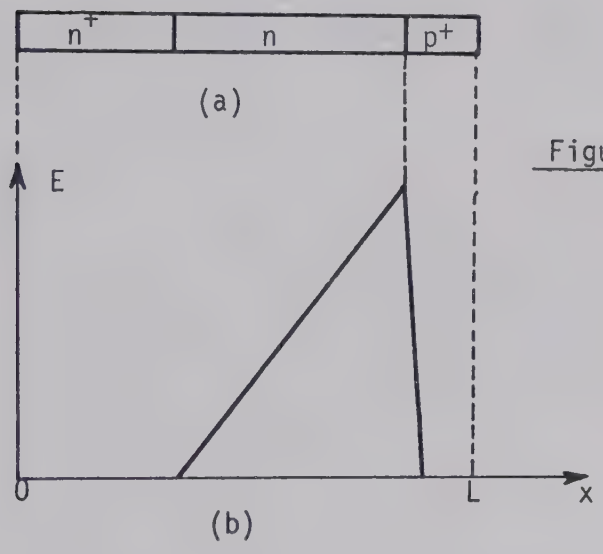


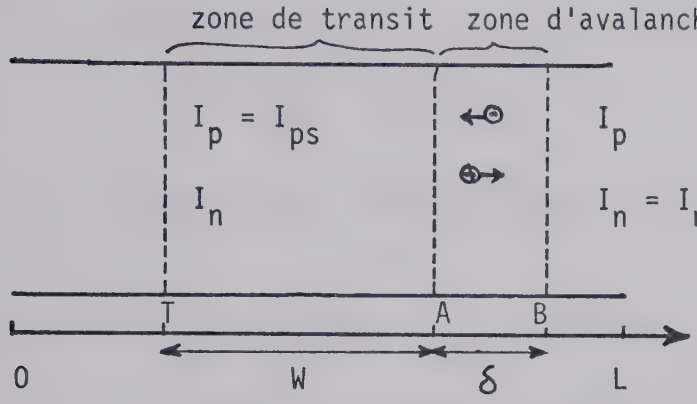
Figure 6 - (a) profil de dopage schématique

(b) champ électrique correspondant à une polarisation inverse

Une solution exacte obtenue par un calcul numérique est tracée figure 16 (a) ; la répartition des courants et le coefficient d'ionisation correspondant sont montrés figures 16(b) et 16 (c). On remarque une zone à champ électrique élevé, entourant le plan de jonction np^+, dans laquelle les porteurs pourront avoir l'énergie nécessaire pour ioniser des atomes neutres au cours des chocs.

.../.

Cette région, indiquée figure 7, est appelée zone d'avalanche, elle est suivie de la zone de transit. Dans cette région le champ électrique est suffisamment élevé pour que les électrons puissent se déplacer vers la zone n^+ avec une vitesse proche de la vitesse limite, mais trop faible pour permettre l'ionisation par choc.



I_{ps} courant de saturation de trous

I_{ns} courant de saturation d'électrons

FIGURE 7 - Modèle utilisé

Additionnons les équations (1) et (2) du système II puis introduisons l'intensité $I_{n,p}$ des courants :

$$\frac{1}{v} \frac{dJ_{co}}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x} (J_p - J_n) + 2\alpha J_{co}$$

$$I_{n,p} = J_{n,p} . S$$

$$\frac{1}{v} \frac{dI_{co}}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x} (I_p - I_n) + 2\alpha I_{co} \qquad (4)$$

On suppose la zone d'avalanche suffisamment fine pour que le courant de conduction total I_{co} y soit constant

Intégrons l'équation (4) sur la longueur δ de la zone d'avalanche. On obtient en posant :

$$\tau_a = \frac{\delta}{v}$$

$$\tau_a \frac{dI_{co}}{dt} = - (I_p - I_n) \Big|_A^B + 2 I_{co} \int_A^B \alpha dx \quad (5)$$

Soit I_s le courant total de saturation tel que :

$$I_s = I_{ns} + I_{ps}$$

.../.

Si on tient compte des conditions aux limites définies figure 7, l'équation (5) devient :

$$\frac{\tau_a}{2} \cdot \frac{dI_{co}}{dt} = I_{co}\left(\int_A^B \alpha dx - 1\right) + I_s \qquad (6)$$

Posons alors

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{AB}\int_A^B \alpha dx = \frac{1}{\delta}\int_A^B \alpha dx$$

et remplaçons dans l'équation (6) :

$$\frac{\tau_a}{2} \frac{dI_{co}}{dt} = I_{co}\left(\bar{\alpha}\delta - 1\right) + I_s$$

La condition d'avalanche est donc :

$$\bar{\alpha}\,\delta = 1$$

En effet si on applique un champ électrique E_o qui vérifie cette condition, I_{co} croît avec une pente $\frac{2I_s}{\tau_a}$ jusqu'à ce que le circuit extérieur à la diode limite physiquement cette croissance.

2.3. Expression de l'impédance dynamique

Les indices utilisés sont "a" pour la zone d'avalanche, "t" pour la zone de transit, "d" pour le courant de déplacement, "c" pour le courant de conduction.

2.3.a. Zone d'avalanche

On superpose à E_o un champ e_a de la forme $e_a = e_m e^{j\omega t}$

Développons $\bar{\alpha}$ au premier ordre :

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}\,(E_o) + \left(\frac{d\bar{\alpha}}{dE}\right)_{E = E_o} \cdot e_a$$

ce qui entraîne $\bar{\alpha}\delta = \bar{\alpha}\,(E_o)\,\delta + \bar{\alpha}'\, e_a \delta$

Le courant de conduction I_{co} est donc :

$$I_{co} = I_c + i_{ca}$$

Or

$$\frac{\tau_a}{2} \frac{dI_{co}}{dt} = I_{co}\,(\bar{\alpha}\delta - 1) + I_s \qquad (6)$$

d'où en linéarisant

$$i_{ca} = \frac{2\bar{\alpha}'\, I_c}{j\omega\tau_a}\,\delta e_a = \frac{2\,\bar{\alpha}'\, I_c v_a}{j\omega\tau_a}$$

.../.

v_a étant la tension aux bornes de la zone d'avalanche,
que l'on peut écrire :

$$v_a = j\omega L_a i_{ca}$$

avec
$$L_a = \frac{\tau_a}{2\bar{\alpha}' I_c} .$$

On a de plus $i_{da} = j\omega\varepsilon e_a S = j\frac{\omega\varepsilon}{\delta} S v_a$

avec S : section de la diode

Ce qui implique :

$$v_a = \frac{-j}{C_a\omega} i_{da}$$

avec
$$C_a = \frac{\varepsilon S}{\delta}$$

D'où le schéma équivalent de la zone d'avalanche (figure 8)

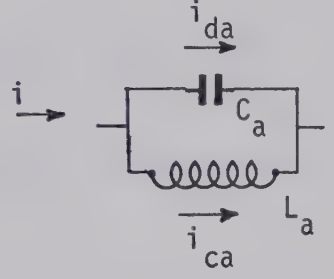


FIGURE 8 - Impédance de la zone d'avalanche

$$Z_a = \frac{1}{j\omega C_a} \times \frac{1}{1 - \frac{\omega_a^2}{\omega^2}}$$

$$\omega_a^2 = \frac{1}{L_a C_a}$$

2.3.b. Zone de transit

Le courant de conduction de la zone d'avalanche se transmet dans la zone de transit, on pose $x_A = OA$

$$i_{ct} = i_{ca}\, e^{j\omega\frac{(x - x_A)}{v}}$$

D'après la figure 8 : $j\omega L_a i_{ca} = Z_a i$

.../.

ce qui entraîne :

$$i_{ct} = \frac{Z_a}{j\omega L_a} \; i \; e^{j\omega \frac{(x - x_A)}{v}}$$

De plus : $i_{dt} = j\omega\varepsilon \, Se_t$

et $i = i_{dt} + i_{ct} = \frac{Z_a}{j\omega L_a} \; i \; e^{j\omega \frac{(x - x_A)}{v}} + j\omega\varepsilon Se_t$

D'où

$$e_t = \frac{i}{j\omega\varepsilon S} \left(1 - \frac{Z_a}{j\omega L_a} \, e^{j\omega \frac{(x - x_A)}{v}} \right)$$

En intégrant on obtient :

$$\int_T^A e_t \, dx = v_t = \frac{i}{j\omega\varepsilon \, S} \int_T^A \left(1 - \frac{Z_a}{j\omega L_a} \, e^{\frac{j\omega(x-x_A)}{v}} \right) dx$$

soit

$$v_t = \frac{i}{j\omega\varepsilon S} \left[W + \frac{Z_a \cdot v}{\omega^2 L_a} \left(1 - e^{\frac{-j\,\omega\, W}{v}} \right) \right]$$

Définissons l'angle de transit θ par la relation

$$\theta = \frac{\omega \, W}{v}$$

et

$$C_t = \frac{\varepsilon \, S}{W}$$

On en déduit :

$$Z_t = \frac{v_t}{i} = \frac{1}{j\omega \, C_t} \left[1 + \frac{Z_a}{\omega L_a \, \theta} \left(1 - e^{-j\theta} \right) \right]$$

2.3.c. Impédance totale

L'impédance totale Z s'écrit :

$$Z = Z_a + Z_t$$

D'où

$$Z = \frac{1}{C_t \omega} \; \frac{\omega_a^2}{\omega_a^2 - \omega^2} \; \frac{(1 - \cos\theta)}{\theta} + \frac{j}{C_t \omega} \; \frac{\omega^2}{\omega_a^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_a^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right) \right]$$

.../.

Cette expression est du type :

$$\underline{Z} = R(\theta) + j X(\theta)$$

On remarque que pour une pulsation ω supérieure à ω_a la partie réelle de $\underline{Z}$ est négative.

La fréquence $F_a = \frac{\omega_a}{2\pi}$ est la fréquence d'avalanche et est donnée par l'expression

$$F_a^2 = \frac{\bar{\alpha}' \delta I_c}{\varepsilon S \tau_a 2\pi^2}$$

A cette impédance théorique il faut ajouter les éléments parasites de connection (résistance et inductance série) et de boîtier (capacité parallèle).

2.4. Résultats

Pour calculer les différents paramètres S,W, $\bar{\alpha}$ qui caractérisent le fonctionnement du semi-conducteur, il faut connaître avec précision la répartition du champ électrique. Pour cela, on a utilisé les résultats du calcul sur ordinateur (ce calcul est détaillé plus loin). On note figure 16 (a) que le plan de la jonction p^+n est situé dans la zone d'avalanche et que la décroissance du champ est très brutale dans la région p^+. En intégrant l'expression de α indiquée figure 16 (b) on sait si le processus d'avalanche a lieu ou non. On en déduit dans l'affirmative d'une part la valeur de δ par la condition d'avalanche.

$$\int_A^B \alpha \, dx = 1$$

et d'autre part $\bar{\alpha}'$ par :

$$\bar{\alpha}' = \frac{d\bar{\alpha}}{dE} = \frac{1}{\delta} \int_A^B \frac{d\alpha}{dE} \, dx$$

Comme on a choisi

$$\alpha = 0{,}39 \, \alpha_n = 0{,}39 \times a_n \exp(-b_n/E)$$

On peut encore écrire :

$$\bar{\alpha}' = \frac{b_n}{\delta} \int_A^B \frac{\alpha}{E^2} \, dx$$

.../.

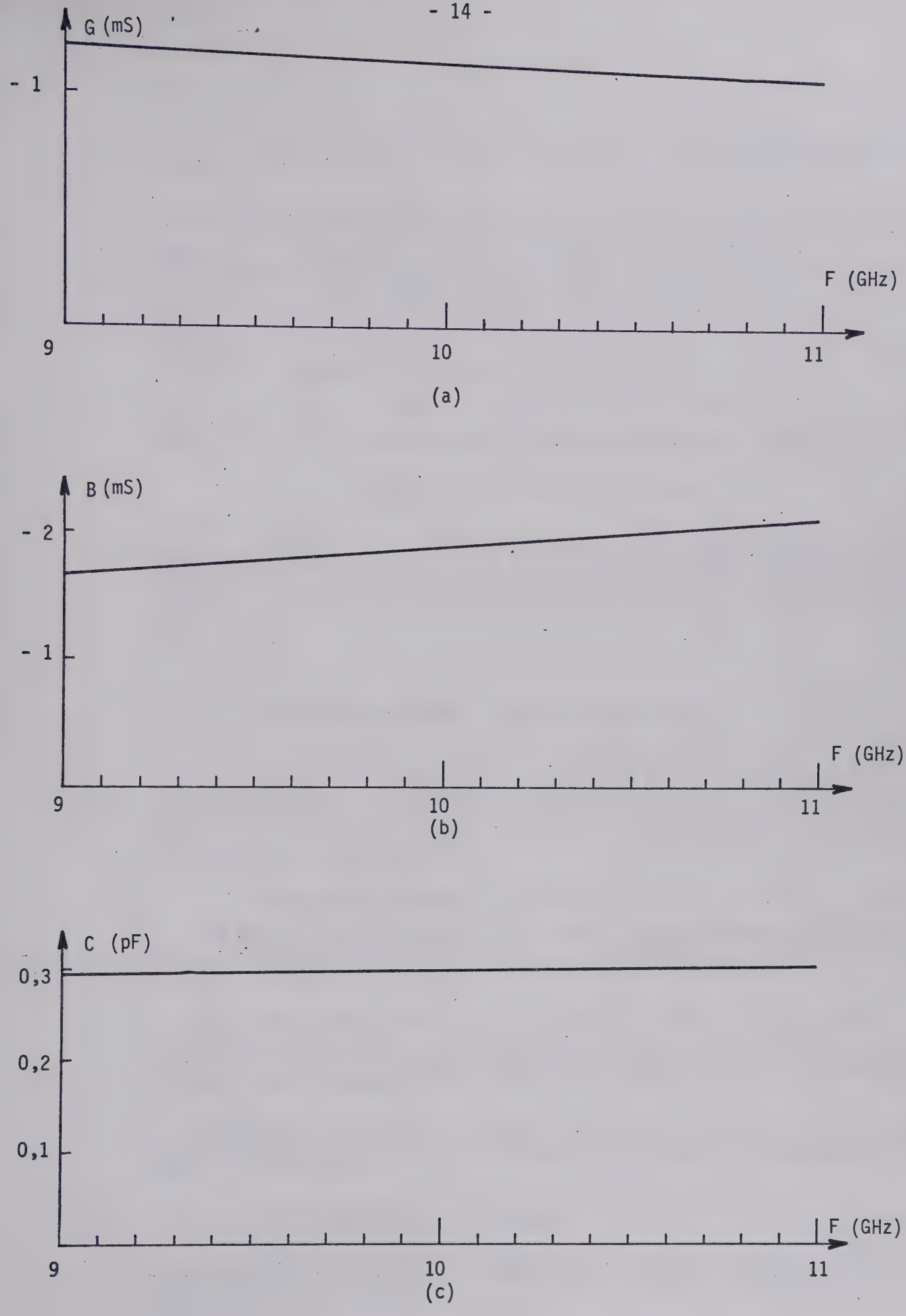


FIGURE 9 - Admittance petit signal (a) Conductance
(b) Susceptance
(c) Capacité parallèle équivalente

Les grandeurs caractéristiques de la diode sont portées dans le tableau 1.

zone d'avalanche	δ µm	$\overline{\alpha}'$ v^{-1}	Fa GHz	Ca pF	La nH
	2,03	$8,13 \times 10^{-2}$	2,85	0,545	3,75
zone de transit	W µm		Ct pF		
	3,25		0,313		

TABLEAU 1 - Paramètres principaux

On déduit des valeurs ci-dessus, l'admittance dynamique Y en petit signal. On observe sur la figure 9 (a) une décroissance régulière de la conductance avec la fréquence. Du tracé de la susceptance B, figure 9 (b), on déduit la capacité parallèle équivalente (indiquée figure 9-c), par la formule :

$$C = \frac{B}{\omega}$$

3 - Résolution numérique (Etude en grand signal)

On a vu que la résolution du système d'équations I (§ 1.3.d) n'était possible analytiquement qu'au prix de diverses approximations liées aux équations et grandeurs caractéristiques de la diode et au type d'excitation (petit signal). Pour éliminer tout ou partie de ces hypothèses restrictives on doit envisager une approche numérique du problème et une résolution par ordinateur.

Dans cette perspective, différents travaux ont été réalisés :

- DE MARI (réf.9) et FUNCK (réf. 10) ont analysé le comportement des semi-conducteurs mais pour des tensions de polarisation inférieures à la tension d'avalanche.

- GRELING et HADDAD (réf. 11) ont étudié le fonctionnement "grand signal" des diodes à avalanche, avec certaines hypothèses simplificatrices ; en particulier, ils n'ont pas tenu compte de la modulation de la vitesse des porteurs par le champ électrique dans la zone de transit.

- SCHARFETTER et GUMMEL (réf.12) ont réussi à introduire cet effet dans leurs résultats mais ils n'ont pas étudié avec précision l'évolution du calcul sur ordinateur.

3.1. Normalisation des équations

Pour simplifier le système, on définit les variables réduites explicitées dans le tableau 2. Le système d'équation III ainsi obtenu est indépendant des différentes constantes.

.../.

$$\text{III}\begin{cases}\dfrac{\partial P}{\partial T} = G_2 - G_1 - \dfrac{\partial J_p}{\partial X} \\ \dfrac{\partial N}{\partial T} = G_2 - G_1 + \dfrac{\partial J_n}{\partial X} \\ \dfrac{\partial E}{\partial X} = P - N + D_t\end{cases}$$

Les expressions de J_p et J_n sont :

$$J_p = \mu_p \left(PE - \frac{\partial P}{\partial X}\right)$$

$$J_n = \mu_n \left(NE + \frac{\partial N}{\partial X}\right)$$

Grandeur	Symbole		Facteur de normalisation	
	simple	normalisé	Désignation	Valeur numérique
Longueur	x	X	$L_D = \dfrac{\varepsilon k T_A}{q^2 n_i}$	$3{,}35 \times 10^{-3}$ cm
Temps	t	T	L_D^2 / D_o	$1{,}12 \times 10^{-5}$ s
Potentiel	V	V	$\dfrac{kT_A}{q}$	$2{,}59 \times 10^{-2}$ V
Champ électrique	E	E	$\dfrac{kT_A}{qL_D}$	7,74 V/cm
Concentration	n p d_t	N P D_t	n_i	$1{,}51 \times 10^{10}$ cm^{-3}
Constante de diffusion	D	D	D_o	1 cm^2/s
Mobilité	μ	μ	$\dfrac{qD_o}{kT_A}$	38,6 $cm^2/(V.s)$
Densité de courant	J	J	$\dfrac{n_i q D_o}{L_D}$	$7{,}21 \times 10^{-7}$ A/cm^2
Taux de création et de recombinaison	G	G	$\dfrac{n_i D_o}{L_D^2}$	$1{,}34 \times 10^{15}$ cm^{-3} s
Résistance	r	R	$\dfrac{L_D}{\varepsilon D_o}$	$3{,}29 \times 10^{9}$ Ω
Capacité	C	C	εL_D	$3{,}41 \times 10^{-17}$ F

TABLEAU 2 - NORMALISATION DES GRANDEURS

3.2. Conditions aux limites

Remplaçons J_p et J_n par leurs expressions dans le système III :

$$\frac{\partial P}{\partial T} = G_2 - G_1 - P \frac{\partial}{\partial X} (\mu_p E) + \left(\frac{\partial \mu_p}{\partial X} - \mu_p E \right) \frac{\partial P}{\partial X} + \mu_p \frac{\partial^2 P}{\partial X^2}$$

$$\frac{\partial N}{\partial T} = G_2 - G_1 + N \frac{\partial}{\partial X} (\mu_n E) + \left(\frac{\partial \mu_n}{\partial X} + \mu_n E \right) \frac{\partial N}{\partial X} + \mu_n \frac{\partial^2 N}{\partial X^2}$$

On remarque que les équations en P et N contiennent des termes du type parabolique :

$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2}$ et $\frac{\partial^2 N}{\partial X^2}$ qui imposent respectivement deux conditions aux limites sur P et N. E est complétement déterminé par la relation :

$$E = E(0) + \int_0^X (P - N + D_t) \, dX$$

si on se donne la valeur E (0).

Pour résoudre le système III, cinq conditions aux limites sont donc nécessaires. Le plus simple est de prendre une vitesse de recombinaison infinie et de supposer l'absence de charges sur les contacts (en X = 0 et X = L) soit :

$$G_1 = 0$$

$$P - N + D_t = 0$$

La première condition implique :

$$NP = 1$$

d'où en 0 (région n^+)

$$P \simeq \frac{1}{D_t(0)}$$

$$N \simeq D_t(0)$$

et en L (région p^+)

$$P \simeq - D_t (L)$$

$$N \simeq - \frac{1}{D_t(L)}$$

La dernière condition aux limites doit permettre de calculer E à une extrémité en fonction du courant J_o, ou de la tension V appliquée (suivant le type de circuit externe choisi)

c'est à dire : $J_o = J_p + J_n + \frac{\partial E}{\partial T}$

ou $V = - \int_0^L E \, dX$

.../.

Ces expressions ne sont pas exploitables simplement en terme de champ électrique. On doit donc choisir d'autres variables pour définir les conditions aux limites et introduire le circuit externe.

On écrit que :

- l'influence des contacts métal-semi-conducteur est négligeable (ceci revient à dire que les contacts sont éloignés des jonctions)

soit côté n^+ $(X = 0)$ $\quad J_p(0) = 0,\ E(0) = 0$

côté p^+ $(X = L)$ $\quad J_n(L) = 0,\ E(L) = 0$

- le courant total est égal au courant extérieur J_o. Les deux conditions réunies impliquent :

$$\begin{cases} J_p(0) = 0 \\ J_n(0) = J_o \\ E(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} J_p(L) = J_o \\ J_n(L) = 0 \\ E(L) = 0 \end{cases}$$

La condition $E(0) = 0$ est superflue si on suppose la neutralité électrique (absence de charges) à l'instant initial. En effet les conditions aux limites pour $X = L$ imposent que le courant total égale J_o.

On en déduit : $\dfrac{\partial E}{\partial T}(0) = 0$

soit $E(0) = 0$ quel que soit T si $E(0) = 0$ pour $T = 0$

Or $\quad E(0) = E(L) - \int_0^L (P-N+D_t)dX = -\int_0^L (P-N+D_t)\,dX$

donc :

$E(0) = 0$ si pour $T = 0$ on a :

$$\int_0^L (P - N + D_t)\,dX = 0$$

ce qui implique la neutralité électrique.

D'où les conditions aux limites retenues :

$$- \begin{cases} J_p(0) = 0 \\ J_n(0) = J_o \end{cases} \qquad - \begin{cases} J_p(L) = J_o \\ J_p(L) = 0 \\ E(L) = 0 \end{cases}$$

- Neutralité électrique à l'instant initial.

.../.

3.3. Méthode théorique

Le système III peut se mettre sous la forme :

$$\text{III} \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial T} = f_p\,(P,N,E,T) & (1) \\ \dfrac{\partial N}{\partial T} = f_n\,(P,N,E,T) & (2) \\ E = \int (P - N + D_t)\, dX & (3) \end{cases}$$

L'équation (3) montre que E s'exprime directement en fonction de P et N. En remplaçant E par cette expression dans f_p et f_n on obtient le système équivalent IV

$$\text{IV} \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial T} = F_p\,(P,N,T) & (1) \\ \dfrac{\partial N}{\partial T} = F_n\,(P,N,T) & (2) \\ E = \int (P - N + D_t)\, dX & (3) \end{cases}$$

Les équations (1) et (2) précédentes sont celles d'un système à deux inconnues P et N. Si on sait le résoudre, E sera déterminé par l'équation (3), en se donnant une valeur en un point (par exemple E(L)).

Notons Y la matrice colonne $\begin{pmatrix} P \\ N \end{pmatrix}$, les équations (1) et (2) s'écrivent

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = F\,(Y,T)$$

et $F(Y,T) = \begin{pmatrix} F_p\,(P,N,T) \\ F_n\,(P,N,T) \end{pmatrix}$

Soit Y_0 la valeur de Y pour $T = T_0$ et $Y_0 + \Delta Y$ celle correspondant à $T = T_0 + \Delta T$. Afin d'introduire une méthode numérique on remplace l'équation précédente par :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T} = F\,(Y_0 + \theta \Delta Y, T_0 + \theta \Delta T) \qquad (4)$$

avec

$$0 \leq \theta \leq 1$$

- Pour $\theta = 0$ l'équation (4) est explicite. Connaissant Y_0 et T_0 on en déduit :

$$\Delta Y = \Delta T . F (Y_0, T_0)$$

- Pour $\theta = 1$ l'équation (4) est implicite. On ne peut calculer directement la valeur de Y à l'instant $T_0 + \Delta T$.

Dans le cas où F est une forme linéaire en Y, on peut étudier la convergence et la stabilité de la méthode de résolution numérique en fonction de θ.

On note ainsi que la convergence la meilleure (c'est à dire l'erreur la plus faible entre la solution numérique et la solution exacte) est obtenue pour $\theta = 1/2$. Pour les autres valeurs de θ , excepté $\theta = 1$ (cas où le système est toujours stable), les conditions de stabilité imposent des pas de temps ΔT faibles.

Si par exemple F (Y) est de la forme :

$$F(Y) = \frac{a\partial^2 Y}{\partial X^2} + b \frac{\partial Y}{\partial X} + cY + d$$

et si ΔX est le pas d'espace choisi

KELLER (réf.13) montre que le système sera stable si :

$$\Delta T \leq \frac{(\Delta X)^2}{2 (1 - \theta) a + (\Delta X)^2 c} \quad (\theta \neq 1)$$

On retrouve ces propriétés dans la résolution numérique du système III, bien qu'il ne soit pas linéaire. En particulier si on souhaite obtenir une solution rapide mais approchée on choisit $\theta = 1$; si on désire une solution plus précise on choisit $\theta = 1/2$ avec un pas de temps plus petit.

Pour résoudre l'équation matricielle on suppose ΔY et ΔT faibles et on fait un développement de F au premier ordre, soit :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T} = F (Y_0, T_0) + \theta \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)_{T = T_0} \cdot \Delta Y + \theta \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{Y = Y_0} \Delta T$$

D'où la valeur de ΔY

$$\Delta Y = \left(1/\Delta T - \theta \frac{\partial F}{\partial Y} \right)^{-1} x \left[F (Y_0, T_0) + \theta \frac{\partial F}{\partial T} \Delta T \right]$$

Du fait de la complexité des équations il est difficile d'exprimer la matrice $\frac{\partial F}{\partial Y}$.
On préfère calculer $\frac{\partial F}{\partial Y} \Delta Y$ que l'on note $\Delta_y F$.

On doit alors résoudre :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T} = F (Y_0, T_0) + \theta \Delta_y F + \theta \frac{\partial F}{\partial T} \Delta T$$

.../.

ou

$$\frac{\Delta Y}{\theta\,\Delta T} - \Delta_y F = \frac{1}{\theta}\, F\,(Y_0, T_0) + \frac{\partial F}{\partial T}\,\Delta T \qquad (5)$$

Posons :

$$K_0 = \frac{1}{\theta}\, F\,(Y_0, T_0) + \frac{\partial F}{\partial T}\,\Delta T$$

Remarquons que dans l'expression de F, c'est à dire dans F_p et F_n, ne figure pas explicitement la variable temps sauf aux extrêmités pour lesquelles les courants J_p et J_n dépendent de l'excitation extérieure (voir paragraphe suivant).

Ceci implique que, excepté aux extrêmités de la diode, $\frac{\partial F}{\partial T}$ est nul ; il est également nul aux extrêmités , lorsque le courant extérieur est constant (cas statique).

Pour résoudre le système III, il suffit donc de résoudre l'équation matricielle (5)

3.4. Discrétisation

La résolution numérique impose le remplacement des expressions analytiques par des expressions calculables par l'ordinateur. Pour ce faire, on introduit des équations aux différences finies.

3.4.a. Remarque générale

Au point x_0 on a :

$$\frac{f(x_0) - f(x_0 - h_1)}{h_1} = f'(x_0) - \frac{h_1}{2}\, f''(x_0) + \ldots\ldots$$

Le premier membre de l'équation représente la dérivée au point x_0 avec une erreur de l'ordre de $\frac{h_1}{2}\, f''$. On augmente la précision en calculant :

$$\frac{f(x_0 + h_2) - f(x_0 - h_1)}{h_1 + h_2} = f'(x_0) + \frac{h_2 - h_1}{2}\, f''(x_0) + \frac{h_1^3 + h_2^3}{6\,(h_1 + h_2)} f'''(x_0)$$

L'erreur est cette fois en $\frac{h_2 - h_1}{2}\, f''$ et si $h_2 = h_1$ en $\frac{h_1^2}{6}\, f'''$

3.4.b. Formulation

Divisons le segment OL constituant le barreau de semi-conducteur en intervalles $(X_I\ ,\ X_{I+1})$ et soit X'_M le milieu de ce segment. (figure 10)

Pour simplifier l'écriture on donnera à l'indice M les mêmes valeurs qu'à l'indice I et on notera "point I" le point d'abscisse X_I et "point M" le point d'abscisse X'_M. Posons (voir figure 10)

$$X_{I+1} - X_I = DX(M)$$

$$X'_M - X'_{M-1} = DY(I)$$

.../.

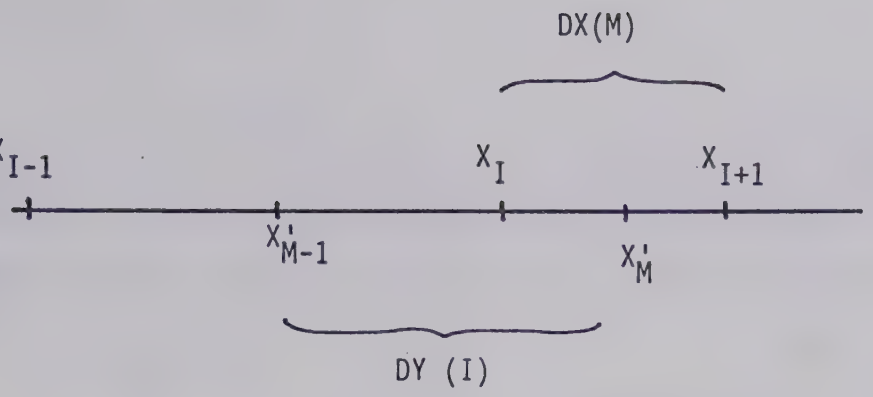


FIGURE 10

On a dans ces conditions :

$$DY(I) = \frac{[DX(M) + DX(M-1)]}{2}$$

Conformément à la remarque précédente les concentrations de porteurs sont calculées au point I, le champ électrique et les courants en M ; puisque les conditions aux limites ont été introduites en termes de champ et de courant, les extrêmités 0 et L doivent donc être des points du type M ; on en déduit le découpage du segment OL suivant la figure 11, où IT désigne le nombre total de points du type I.

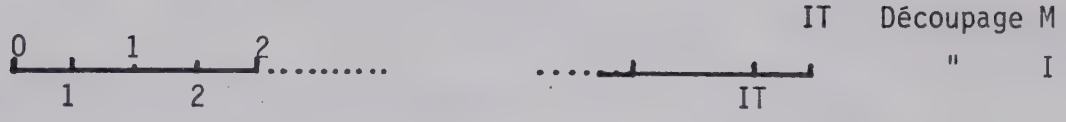


FIGURE 11

Ecrivons le système III au point I.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial T}(I) = G_2(I) - G_1(I) - \left(\dfrac{\partial J_p}{\partial X}\right)_I \\ \dfrac{\partial N}{\partial T}(I) = G_2(I) - G_1(I) + \left(\dfrac{\partial J_n}{\partial X}\right)_I \\ \dfrac{E(M) - E(M-1)}{DY(I)} = P(I) - N(I) - D_t(I) \end{cases}$$

Avec $\left(\dfrac{\partial J_{p,n}}{\partial X}\right)_I = \dfrac{J_{p,n}(M) - J_{p,n}(M-1)}{DY(I)}$

Si on remplace dans cette expression J_p et J_n par les valeurs données en 2-4 :

$$J_p(M) = \mu_p(M)\left[P(M).E(M) - \left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)_M\right]$$

$$J_n(M) = \mu_n(M)\left[N(M).E(M) + \left(\frac{\partial N}{\partial X}\right)_M\right]$$

.../.

On s'aperçoit que le calcul devient instable pour des valeurs de E trop élevées. En conséquence, la convergence n'est plus atteinte. Ce phénomène a été mis théoriquement en évidence par SCHARFETTER et GUMMEL (réf.12). Pour pallier cette instabilité on doit supposer que E, J_p, J_n sont constants sur l'intervalle (I, I+1). Dans ces conditions on peut intégrer l'équation différentielle en P :

$$PE - \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{J_p}{\mu_p}$$

Soit sur le segment (I, I + 1)

$$P(X) = \lambda \exp \left(\int_I^X E(X)\, dX \right) + \frac{J_p(M)}{\mu_p(M)\, E(M)}$$

On en déduit donc P(I) et P (I + 1) et en éliminant la constante d'intégration λ on trouve :

$$P(I+1) = \left[P(I) - \frac{J_p(M)}{\mu_p(M) \cdot E(M)} \right] \cdot \exp \left[E(M).DX(M) \right] + \frac{J_p(M)}{\mu_p(M) \cdot E(M)}$$

Ce qui permet de calculer $J_p(M)$:

$$J_p(M) = \mu_p(M) \cdot E(M) \left\{ \frac{P(I)}{1 - \exp \left[- E(M).DX(M) \right]} + \frac{P(I+1)}{1 - \exp \left[E(M).DX(M) \right]} \right\}$$

Calculons de même $J_n(M)$ en changeant E en - E et J_p en $-J_n$.

$$J_n(M) = \mu_n(M).E(M) \left\{ \frac{N(I+1)}{1 - \exp \left[- E(M).DX(M) \right]} + \frac{N(I)}{1 - \exp \left[E(M).DX(M) \right]} \right\}$$

Lorsque E(M).DX(M) est élevé (c'est à dire lorsque la différence de potentiel entre les points I, I + 1 est forte) on fait un développement limité au premier ordre :

$$J_p(M) = \mu_p(M)\, E(M)\, P(I)$$

$$J_n(M) = \mu_n(M)\, E(M)\, N(I+1)$$

On procède de même si E(M).DX(M)est faible :

$$J_p(M) = \mu_p(M) \left\{ \frac{P(I) - P(I+1)}{DX(M)} + E(M) \cdot \frac{P(I) + P(I+1)}{2} \right\}$$

$$J_n(M) = \mu_n(M) \left\{ \frac{N(I+1) - N(I)}{DX(M)} + E(M) \cdot \frac{N(I) + N(I+1)}{2} \right\}$$

On retrouve alors les expressions classiques des courants.

.../.

3.5. Méthode pratique

Nous devons résoudre l'équation matricielle (5) (§ 3.3.) :

$$\frac{\Delta Y}{\theta \Delta T} - \Delta_y F = K_0 \qquad (5)$$

avec $K_0 = \frac{1}{\theta} F(Y_0, T_0) + \frac{\partial F}{\partial T} \Delta T$

Ecrivons cette équation au point I

$$\begin{bmatrix} \Delta P(I) \\ \Delta N(I) \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\theta \Delta T} - \begin{bmatrix} \Delta_y F_p(I) \\ \Delta_y F_n(I) \end{bmatrix} = K_0 \qquad (6)$$

où

$$K_0 = \frac{1}{\theta} \left(\begin{array}{c} G_2(I) - G_1(I) - \dfrac{J_p(M) - J_p(M-1)}{DY(I)} \\ \\ G_2(I) - G_1(I) + \dfrac{J_n(M) - J_n(M-1)}{DY(I)} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \dfrac{\partial F_p}{\partial T} \\ \\ \dfrac{\partial F_n}{\partial T} \end{array} \right) \Delta T$$

Le terme K_0 se calcule en utilisant pour P,N et E les valeurs relatives à l'instant précédent. Il est donc connu.

Il reste à trouver :

$$\Delta_y F_p(I) = \frac{\partial F_p}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial F_p}{\partial N} \Delta N$$

Une expression semblable est obtenue pour $\Delta_y F_n(I)$

Etudions l'expression de F_p. D'après ce que nous avons vu précédemment on a :

$$F_p(I) = G_2(I) - G_1(I) - \frac{J_p(M) - J_p(M-1)}{DY(I)}$$

avec :

$$G_2(I) = \frac{1}{2}\left[G_2(M) + G_2(M-1)\right]$$

$$G_2(M) = \alpha_p(M) \cdot \left|J_p(M)\right| + \alpha_n(M) \cdot \left|J_n(M)\right|$$

$$G_1(I) = \frac{P(I) \cdot N(I) - 1}{T_p\left(N(I) + N_0\right) + T_n\left(P(I) + P_0\right)}$$

$$J_p(M) = \mu_p(M)\, E(M) \left\{ \frac{P(I)}{1 - \exp\left(-E(M)\, DX(M)\right)} + \frac{P(I+1)}{1 - \exp\left(E(M) \cdot DX(M)\right)} \right\}$$

.../.

Il apparaît ainsi dans l'expression de $F_p(I)$ des termes P et N calculés en I + 1, I, I - 1 et des termes E calculés en M-1,M.Ceci implique que $\Delta_y F_p(I)$ est de la forme :

$$\Delta_y F_p(I) = a''_{11}\,\Delta P(I+1) + a''_{12}\,\Delta N(I+1) + b''_{11}\Delta P(I) + b''_{12}\Delta N(I) + c''_{11}\Delta P(I-1)$$

$$+ c''_{12}\,\Delta N(I-1) + d''_1\,\Delta E\,(M) + f''_1\,\Delta E\,(M-1)$$

De même on trouve que l'expression $\Delta_y F_n(I)$ est de la forme :

$$\Delta_y F_n(I) = a''_{21}\,\Delta P\,(I+1) + a''_{22}\,\Delta N\,(I+1) + b''_{21}\,\Delta P\,(I) + b''_{22}\,\Delta N(I)$$

$$+ c''_{21}\,\Delta P\,(I-1) + c''_{22}\,\Delta N\,(I-1) + d''_2\,\Delta E\,(M) + f''_2\,\Delta E\,(M-1)$$

Pour I = 1

$$J_p\,(M-1) = J_p\,(0) = 0$$

$$J_n\,(M-1) = J_o$$

On en déduit :

$$\Delta_y J_p\,(0) = 0$$

$$\Delta_y J_n\,(0) = 0$$

et par suite :

$$c''_{11} = c''_{12} = f''_1 = 0$$

$$c''_{21} = c''_{22} = f''_2 = 0$$

Par le même raisonnement pour I = IT on trouve :

$$a''_{11} = a''_{12} = d''_1 = 0$$

$$a''_{21} = a''_{22} = d''_2 = 0$$

Les expressions de $\Delta_y F_p$ et $\Delta_y F_n$ conduisent à l'équation matricielle.

.../.

$$\Delta_y F = \begin{pmatrix} \Delta_y F_p \\ \Delta_y F_n \end{pmatrix} = (A)''_I \begin{pmatrix} \Delta P\ (I+1) \\ \Delta N\ (I+1) \end{pmatrix} + (B)''_I \begin{pmatrix} \Delta P\ (I) \\ \Delta N\ (I) \end{pmatrix} + (C)''_I \begin{pmatrix} \Delta P\ (I-1) \\ \Delta N\ (I-1) \end{pmatrix}$$

$$+ (D)''_I\ \Delta E\ (M) + (F)''_I\ \Delta E\ (M-1)$$

avec :

$$(A)''_I = (a''_{ij}),\ (B)''_I = (b''_{ij}),\ (C)''_I = (c''_{ij}),\ (D)''_I = \begin{pmatrix} d''_1 \\ d''_2 \end{pmatrix},\ (F)''_I = \begin{pmatrix} f''_1 \\ f''_2 \end{pmatrix}$$

Posons :

$$U(I) = \Delta Y(I) = \begin{pmatrix} \Delta P\ (I) \\ \Delta N\ (I) \end{pmatrix}$$

et écrivons le premier membre de l'équation (6)

$$\begin{pmatrix} \Delta P\ (I) \\ \Delta N\ (I) \end{pmatrix} \times \frac{1}{\theta \Delta T} - \begin{pmatrix} \Delta_y F_p \\ \Delta_y F_n \end{pmatrix} = (A)_I\ U\ (I+1) + (B)'_I\ U(I) + (C)_I\ U\ (I-1) +$$

$$(D)'_I\ \Delta E(M) + (F)'_I\ \Delta E\ (M-1)$$

avec

$$\begin{cases} (A)_I = -\ (A)''_I \\ (B)'_I = \dfrac{1}{\theta \Delta T} - (B)''_I \\ (C)_I = -\ (C)''_I \\ (D)'_I = -\ (D)''_I \\ (F)'_I = -\ (F)''_I \end{cases}$$

Différentions l'équation de Poisson :

$$\Delta E(M-1) = \Delta E(M) - DY(I).\ \left[\Delta P(I) - \Delta N(I)\right]$$

Multiplions par la matrice $(F)'_I$:

$$(F)'_I\ \Delta E\ (M-1) = (F)'_I\ \Delta E\ (M) + DY(I)\ .\ \begin{pmatrix} -f''_1 & f''_1 \\ -f''_2 & f''_2 \end{pmatrix} .U(I)$$

.../.

L'expression du premier membre de (6) devient :

$$(A)_I \; U(I+1) + (B)_I U(I) + (C)_I \; U(I-1) + (D)_I \; \Delta E(M)$$

avec :

$$\begin{cases} (D)_I = (D)'_I + (F)'_I \\ (B)_I = (B)'_I + DY(I) \cdot \begin{pmatrix} -f''_1 & f''_1 \\ -f''_2 & f''_2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Il suffit donc de résoudre le système V.

$$V \quad \begin{cases} (A)_I \; U(I+1) + (B)_I \; U(I) + (C)_I \; U(I-1) + (D)_I \; \Delta E(M) = K_0(I) & (1) \\ \Delta E(M-1) = \Delta E(M) + DY(I) \cdot (-1 \quad 1) \; U(I) & (2) \end{cases}$$

Ce système contient 2.IT équations (I = 1,IT) avec 2.IT inconnues: U(I) et $\Delta E(M)$. On pourrait trouver la solution en inversant la matrice du système, mais bien qu'il y ait des éléments nuls, ceci représente un travail important et nécessite pour l'ordinateur une place énorme en mémoire. On préfère utiliser une méthode itérative étudiée par RICHMYER (réf.14)

L'équation (1) du système V écrite en I = 1 est :

$$(A)_1 \; U(2) + (B)_1 \; U(1) + (D)_1 \; \Delta E(1) = K_0 \; (1)$$

puisque $(C)_1 = (0)$

On peut ainsi calculer U(1) en fonction de U(2) et ΔE (1). Etudions le système pour I = 2 :

$$V \quad \begin{cases} (A)_2 \; U(3) + (B)_2 \; U(2) + (C)_2 U(1) + (D)_2 \; \Delta E(2) = K_0(2) & (1) \\ \Delta E(1) = \Delta E(2) + DY(2) \; (-1 \quad 1) \; U(2) & (2) \end{cases}$$

Compte tenu de (2) on connaît alors U (1) en fonction de U(2) et ΔE (2) ; on porte cette valeur de U (1) dans (1) et on obtient une relation entre U(3), U(2) et $\Delta E(2)$. On peut poursuivre le raisonnement et montrer que le système V est équivalent au système VI :

$$VI \quad \begin{cases} (Q)_I \cdot U(I+1) + (R)_I \; U(I) + (S)_I \; \Delta E(M) = K_1(I) & (1) \\ \Delta E(M-1) = \Delta E(M) + DY(I) \; (-1 \quad 1) \; U(I) & (2) \end{cases}$$

Pour relier les matrices du système VI à celles du système V on procède comme précédemment, en complétant le raisonnement par récurrence.

.../.

Le système VI écrit en I - 1 est :

$$(Q)_{I-1}\ U\ (I) + (R)_{I-1}\ U(I-1) + (S)_{I-1}\ \Delta E(M-1) = K_1(I-1)$$

d'où

$$U(I-1) = (R)_{I-1}^{-1} \left[K_1(I-1) - (Q)_{I-1}\ U(I) - (S)_{I-1}\ \Delta E\ (M-1)\right]$$

En tenant compte de l'équation (2) du système VI, on a :

$$U(I-1) = (R)_{I-1}^{-1} \left[K_1(I-1) - \left((Q)_{I-1} + DY(I)\ (S)_{I-1}\ (-1\quad 1)\right) U(I) - (S)_{I-1}\ \Delta E(M)\right.$$

Portons cette valeur dans l'équation (1) du système V écrit en I et identifions avec le système VI . Nous obtenons :

$$\begin{cases} (Q)_I = (A)_I \\ (R)_I = (B)_I - (C)_I\ (R)_{I-1}^{-1} \left[(Q)_{I-1} + S_{I-1}\ (-1\quad 1)\ DY\ (I)\right] \\ (S)_I = (D)_I - (C)_I\ (R_{I-1})^{-1}\ (S)_{I-1} \\ K_1(I) = K_0\ (I) - (C)_I\ (R_{I-1})^{-1}\ K_1(I-1) \end{cases}$$

On calcule ainsi les coefficients du système VI, les valeurs de départ (I = 1) correspondant au cas où le système VI coïncide avec le système V :

$$\begin{cases} (Q)_1\ U(2) + (R)_1\ U(1) + (S)_1\ \Delta E\ (1) = K_1(1) \\ (A)_1\ U(2) + (B)_1\ U(1) + (D)_1\ \Delta E\ (1) = K_0(1) \end{cases}$$

Donc :

$$(Q)_1 = (A)_1,\ (R)_1 = (B)_1,\ (S)_1 = (D)_1,\ K_1(1) = K_0(1)$$

Le système VI se résout facilement . On l'écrit

$$\text{VII} \begin{cases} U(I) = (R)_I^{-1} \left[K_1(I) - (Q)_I\ U\ (I+1) - (S)_I\ \Delta E(M)\right] & (1) \\ \Delta E\ (M-1) = \Delta E\ (M) + DY(I)\ \ (-1\quad 1)\ U(I) & (2) \end{cases}$$

et on l'étudie pour des valeurs décroissantes de I.

Pour I = IT,

$$\begin{cases} (Q)_{IT} = (A)_{IT} = 0 \\ \Delta E\ (IT) = 0 \qquad \text{car} \qquad E\ (IT) = 0 \end{cases}$$

L'équation (1) permet de calculer U(IT) et en portant cette valeur dans l'équation (2) on en déduit ΔE (IT-1). On écrit ensuite le système VII pour IT-1, ce qui donne U (IT-1) et ΔE (IT-2).

.../.

On peut ainsi calculer tous les U(I) et les ΔE (M-1) pour I = IT à 1.

En particulier si on choisit ΔE (IT) = 0 (c'est à dire E(L) = 0) on doit trouver, conformément à l'étude des conditions aux limites E (0) = 0 soit ΔE (0) = 0.

3.6. Influence du circuit extérieur

3.6.a. Introduction des conditions aux limites

Au paragraphe 2 , on s'est imposé les conditions :

$$\begin{cases} J_p\ (0) = 0 \\ J_n\ (0) = J_o \end{cases} \qquad \begin{cases} J_p(IT) = J_o \\ J_n(IT) = 0 \\ E\ (IT) = 0 \end{cases}$$

On suppose la neutralité électrique vérifiée à l'instant de départ. Nous avons vu également que les extrêmités du semi-conducteur sont des points du type M, ce qui dispense de conditions sur N et P. Les conditions aux limites précédentes interviennent dans le calcul des différentes matrices des systèmes V et VI aux extrêmités du barreau. Ceci a déjà été signalé pour les matrices $(A)_I$, $(B)_I$, $(C)_I$, $(D)_I$, $(F)_I$; il en est de même pour la matrice $K_0(I)$,

$$K_0(I) = \frac{1}{\theta} \begin{pmatrix} G_2(I) - G_1(I) - \dfrac{J_p(M) - J_p(M-1)}{DY(I)} \\ \\ G_2\ (I) - G_1(I) + \dfrac{J_n(M) - J_n(M-1)}{DY(I)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dfrac{\partial F_p}{\partial T} \\ \\ \dfrac{\partial F_n}{\partial T} \end{pmatrix} \Delta T$$

De plus F_p et F_n ne dépendent explicitement du temps qu'aux extrêmités 0 et IT, c'est à dire lorsque J_n et J_p sont respectivement égaux au courant extérieur.

Posons :

$$K_0(I) = K_0^{'}\ (I) + K_0^{''}\ (I)$$

avec

$$K_0^{''}\ (I) = \Delta T \begin{pmatrix} \dfrac{\partial F_p}{\partial T} \\ \dfrac{\partial F_n}{\partial T} \end{pmatrix}$$

.../.

Introduisons les conditions aux limites :

$$K_0'(1) = \frac{1}{\theta}\begin{pmatrix} -G_1(1) - \dfrac{J_p(1)}{DY(I)} \\ -G_1(1) + \dfrac{J_n(1) - J_o}{DY(1)} \end{pmatrix}\ ;\ K_0''(1) = \frac{-DT}{DY(I)}\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{dJ_o}{dt} \end{pmatrix}$$

$$K_0'(IT) = \frac{-1}{\theta}\begin{pmatrix} G_1(IT) + \dfrac{J_o - J_p(IT-1)}{DY(IT)} \\ G_1(IT) + \dfrac{J_n(IT-1)}{DY(IT)} \end{pmatrix}\ ;\ K_0''(IT) = \frac{-DT}{DY(I)}\begin{pmatrix} \dfrac{dJ_o}{dt} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Remarquons que G_2 est nul aux extrêmités (E = 0)

Pour les autres valeurs de I on peut écrire :

$$K_0'(I) = \frac{1}{\theta}\begin{pmatrix} G_2(I) - G_1(I) - \dfrac{J_p(M) - J_p(M-1)}{DY(I)} \\ G_2(I) - G_1(I) + \dfrac{J_n(M) - J_n(M-1)}{DY(I)} \end{pmatrix}\ ;\ K_0''(I) = (0)$$

3.6.b. Etude de l'influence du circuit extérieur

Les conventions de signes choisies au chapitre I sont reproduites sur la figure 12.

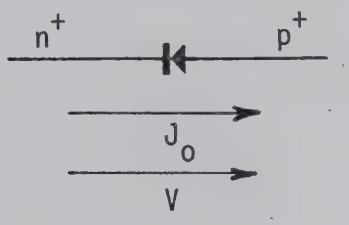


FIGURE 12 - ORIENTATIONS CHOISIES

Le fonctionnement de la diode peut être simulé pour différents types de circuits externes ; pour découpler les circuits continu et hyperfréquence on introduit une capacité C_L. Il est préférable de polariser la diode en courant, car nous avons vu au chapitre II que de faibles variations de tension (ou de champ électrique) produisent de fortes variations de courant.

α) Circuit injecteur de courant

Le schéma du circuit est celui de la figure 13

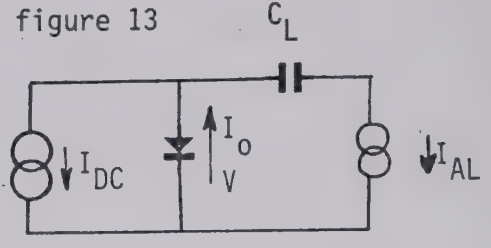


FIGURE 13 - ATTAQUE EN COURANT

on obtient $J_o = \dfrac{(I_{DC} + I_{AL})}{S}$

.../.

Dans ce cas le courant total et son évolution en fonction du temps sont connus. On peut ainsi calculer tous les éléments des matrices des systèmes V, VI, VII et résoudre les équations correspondantes. On obtient alors la tension aux bornes de la diode par intégration du champ électrique :

$$V = -\int_0^{IT} E\,(X)\,dX$$

β) Circuit générateur de tension

Le schéma équivalent du montage est indiqué figure 14.

On connaît le courant continu : I_{DC}, la tension alternative : V_{AL}

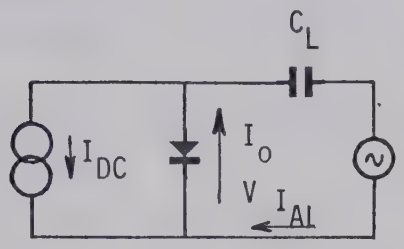


FIGURE 14 - ATTAQUE EN TENSION

les équations des circuits de fermeture sont :

$$J_o = (\ I_{DC} + I_{AL})\ /\ S$$

$$V = V_{AL} + 1/C_L \int I_{AL}\ dt$$

soit :

$$\Delta V = \Delta V_{AL} + \frac{I_{AL}\ \Delta T}{C_L}$$

$$\Delta J_o = \Delta I_{AL}/S$$

Le système V est un système linéaire ce qui implique que ΔP, ΔN et ΔE sont des fonctions linéaires des $K_0(I)$. (I = 1 à IT).

On peut en particulier écrire :

$$\Delta E = \Delta E' + \Delta E'' \quad \text{avec } K_0(I) = K_0^{'}(I) + K_0^{''}(I)$$

La solution $\Delta E'$ est liée à $K_0^{'}$ et $\Delta E''$ à $K_0^{''}$. La première solution $\Delta E'$ correspond à $K_0^{''}(I) = 0$ c'est à dire à J_0 constant ($\frac{dJ_o}{dt} = 0$). La variation de tension qui en résulte est :

$$\Delta V' = -\int_0^{IT} \Delta E'\ dX$$

.../.

La seconde solution $\Delta E''$ est proportionnelle à $\frac{dJ_o}{dt}$ ou $\frac{\Delta J_o}{\Delta T}$. Elle conduit donc à une variation de tension proportionnelle à ΔJ_o soit :

$$\Delta V'' = \lambda \Delta J_o$$

Pour résoudre le système V on doit procéder en plusieurs étapes. On connaît la variation totale de tension ΔV, on veut celle du courant ΔJ_o.

- on calcule $\Delta P'$, $\Delta N'$, $\Delta E'$, $\Delta V'$ correspondant à J_o constant ; au premier pas de temps J_o sera égal à $\frac{I_{DC}}{S}$ puis ensuite à $\frac{(I_{DC} \neq I_{AL})}{S}$

- On calcule $\Delta P_1''$, $\Delta N_1''$, $\Delta E_1''$, $\Delta V_1''$ pour une variation ΔJ_o donnée ; en pratique on se fixe $\Delta J_o = 1$ et on en déduit le coefficient λ égal à $\Delta V_1''$

- La variation totale de tension étant ΔV ; le terme ΔJ_o effectif doit donc être tel que :

$$\Delta V = \Delta V' + \Delta V'' = \Delta V' + \lambda \Delta J_o$$

soit

$$\Delta J_o = \frac{\Delta V - \Delta V'}{\lambda}$$

Les solutions complètes pour ΔP, ΔN et ΔE sont alors :

$$\begin{cases} \Delta P(I) = \Delta P'(I) + \dfrac{\Delta V - \Delta V'}{\Delta V_1''} \Delta P_1''(I) \\ \Delta N(I) = \Delta N'(I) + \dfrac{\Delta V - \Delta V'}{\Delta V_1''} \Delta N_1''(I) \\ \Delta E(M) = \Delta E'(M) + \dfrac{\Delta V - \Delta V'}{\Delta V_1''} \Delta E_1''(M) \end{cases}$$

et : $I_{AL}(T + \Delta T) = I_{AL}(T) + \Delta J_o \times S$

γ) Etude de l'oscillateur

Le schéma de montage est celui de la figure 15.

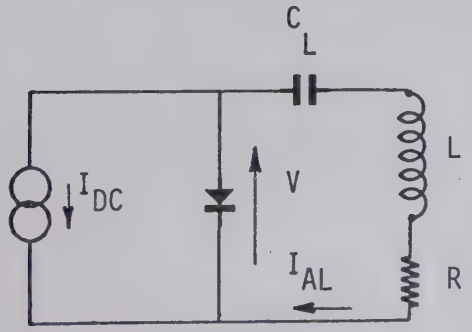


FIGURE 15 - FONCTIONNEMENT EN OSCILLATEUR

Les équations des circuits sont :

$$V = \frac{1}{C_L} \int I_{AL}\, dt + L \frac{dI_{AL}}{dt} + RI_{AL}$$

$$J_o = (I_{DC} + I_{AL}) / S.$$

On en déduit :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C_L} I_{AL} + L \frac{d^2 I_{AL}}{dt^2} + R \frac{dI_{AL}}{dt}$$

En supposant ΔT indépendant de T on peut aussi écrire :

$$\Delta V = \frac{1}{C_L} I_{AC}\, \Delta T + L \left[\frac{I_{AL}(T + \Delta T) + I_{AL}(T - \Delta T) - 2I_{AL}(T)}{\Delta T} \right] + R \Delta I_{AL}$$

$$\Delta V = \Delta I_{AL} \cdot \left(R + \frac{L}{\Delta T} \right) + \frac{I_{AL}}{C_L} \Delta T + \frac{L}{\Delta T} \left[I_{AL}(T - \Delta T) - I_{AL}(T) \right]$$

Posons

$$\Delta V = \alpha \Delta I_{AL} + \beta = \alpha S \Delta J_o + \beta = \alpha' \Delta J_o + \beta$$

On résout comme précédemment ; on égale les deux valeurs de ΔV

$$\Delta V = \alpha\, S \Delta J_o + \beta = \Delta V' + \lambda\, \Delta J_o$$

d'où

$$\Delta J_o = \frac{\Delta V' - \beta}{\alpha' - \lambda} = \frac{\Delta V' - \beta}{\alpha' - \Delta V_1''}$$

et on trouve :

$$\Delta P(I) = \Delta P'(I) + \left(\frac{\Delta V' - \beta}{\alpha' - \Delta V_1''} \right) \Delta P''(I)$$

On procède de même pour N et E

On calcule ensuite les valeurs $V(T + \Delta T)$ et $I_{AL}(T + \Delta T)$

$$V(T + \Delta T) = V(T) + \Delta V$$

$$I_{AL}(T + \Delta T) = I_{AL}(T) + \Delta J_o \times S$$

.../.

3.7. Applications

Nous avons indiqué au paragraphe 3, l'incidence du choix de θ sur la stabilité et la convergence de la résolution du système V. On a choisi le schéma semi-implicite ($\theta = 1/2$) qui permet, lorsque le système est stable, une convergence meilleure.

3.7.a. Détermination du pas de temps

Dans ces conditions, nous avons réalisé des études avec des découpages successifs du semi-conducteur en 50,360 et 630 segments inégaux. Nous nous sommes ensuite limité au cas de 360 points qui assure une convergence plus rapide qu'avec 630 points et fournit un résultat plus précis que le modèle utilisant 50 points.

Pour vérifier la stabilité du système à chaque pas de temps, on doit étudier la valeur E (0) et plus particulièrement le rapport : $\frac{\Delta E(0)}{\Delta T}$. D'après l'étude du paragraphe 2 sur les conditions aux limites, en imposant E(L)nul quelque soit l'instant considéré, le calcul doit donner E(0) nul également ; ceci implique qu'à chaque pas de temps, si E(0) est différent de 0, les équations du système V ne sont plus satisfaites et la résolution numérique devient divergente. En effet, l'expression $\frac{\Delta E(0)}{\Delta T}$ correspond à un courant supplémentaire (en X = 0) qui s'ajoutera par la suite au courant extérieur J_o.

On choisit donc un pas de temps ΔT tel que $\frac{\Delta E(0)}{\Delta T}$ soit faible. En pratique on impose :

$$|J_o| \times 10^{-7} \leqslant \frac{\Delta E\ (0)}{\Delta T} \leqslant |J_o| \times 10^{-4}$$

La limitation inférieure évite les pas de temps trop faibles et ainsi les convergences trop lentes. Ces conditions permettent une sélection automatique du pas de temps telle qu'elle est explicitée dans l'organigramme.

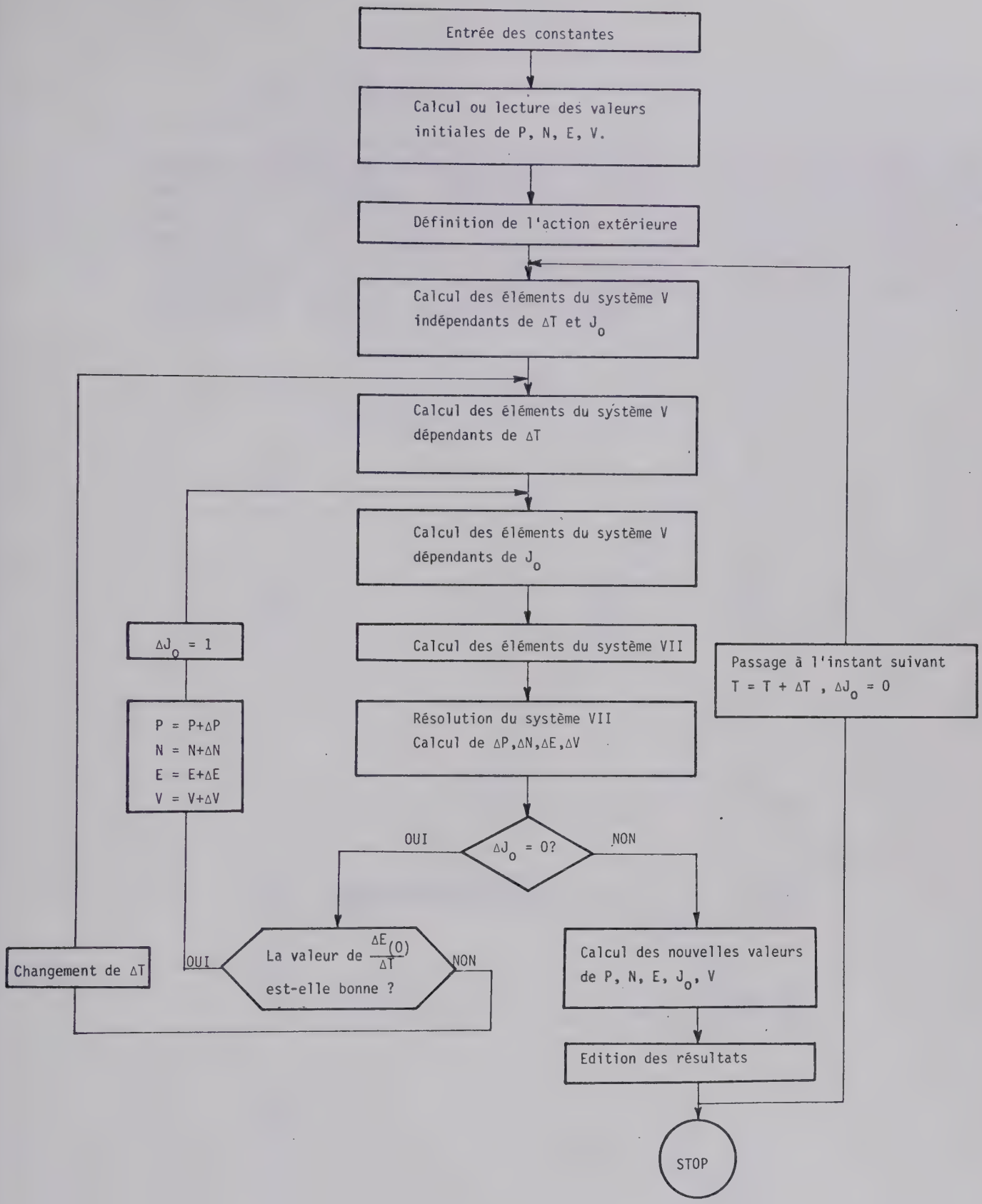
3.7.b. Mise en oeuvre

Nous avons réalisé un programme qui décrit le comportement statique de la diode et un programme de simulation dynamique lorsqu'on superpose les actions continue et hyperfréquence. Ces programmes ont été écrits en FORTRAN IV et exploités sur l'ordinateur du CNET : un Honeywell Bull 635.

Pour mener à bien l'étude statique, nous partons de la répartition correspondant au potentiel de contact définie Annexe 1. La taille mémoire nécessaire pour l'exploitation est de 26 K (1 K = 1024 mots mémoire et 1 mot mémoire = 36 éléments binaires) ; le temps de calcul est de 27 minutes. La convergence est obtenue avec un pas de temps moyen de 10^{-7}(soit 1,1 x 10^{-12} s) et avec environ 1500 itérations (soit 1,7 x 10^{-9} s).

Le programme dynamique utilise les résultats du calcul précédent comme valeurs initiales. La taille mémoire occupée est de 27 K et le temps de calcul de 10 minutes (ce qui correspond à 300 itérations avec un pas de temps moyen de 10^{-7}).

.../.



ORGANIGRAMME

3.7.c. Résultats

Les résultats les plus importants de la simulation statique sont consignés figure 16. On remarque sur le graphe (a) que le champ électrique décroît très lentement dans la zone n, ce qui implique que le modèle étudié est éloigné de celui proposé par READ (réf. 1). Les variations correspondantes de α sont indiquées figure (c), on peut en déduire la longueur de la zone d'avalanche et les différents paramètres utilisés dans le calcul petit signal (§ 2.3). La répartition des courants, figure (b), permet de connaître la position du plan d'avalanche.

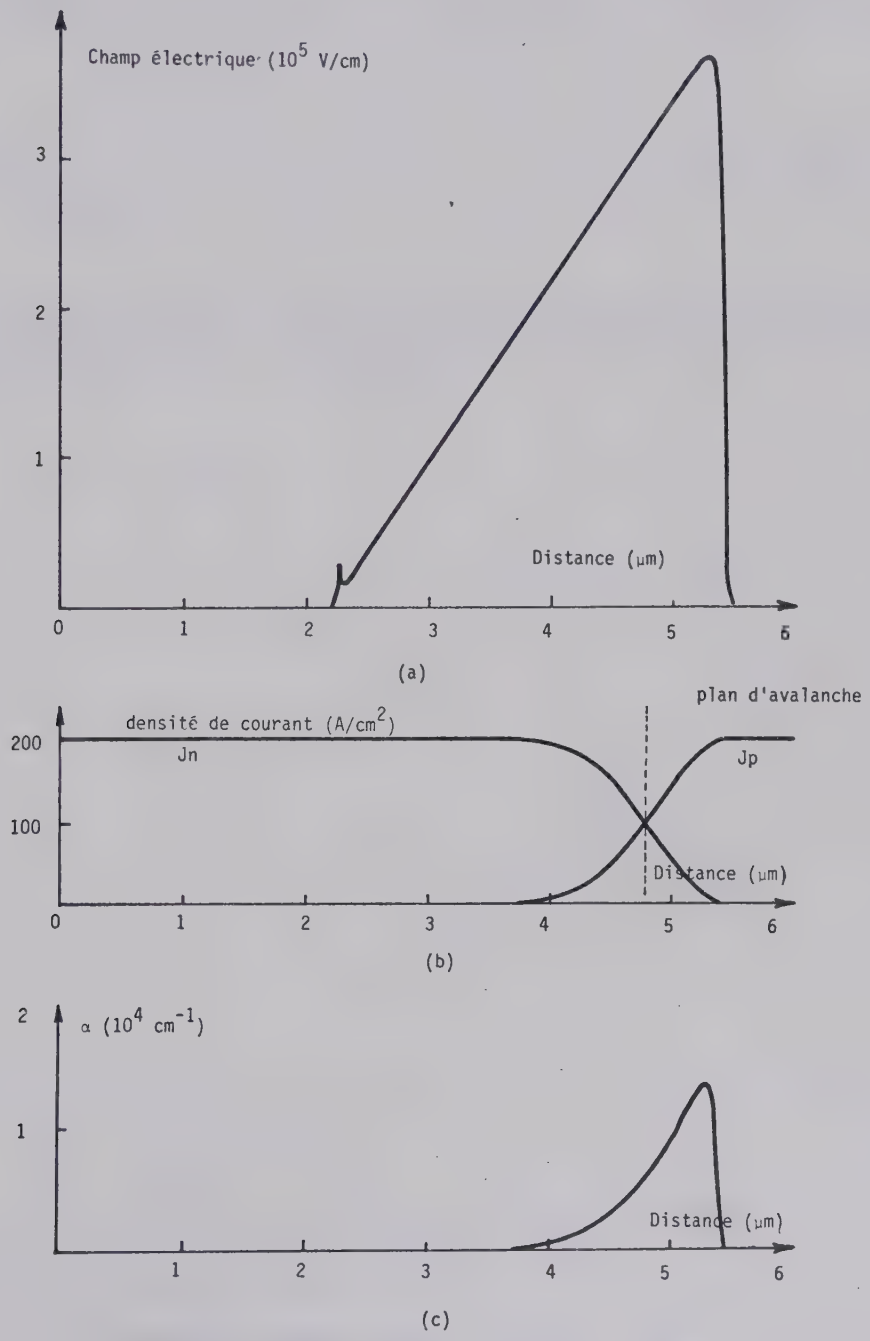


FIGURE 16 - REPARTITION STATIQUE (a) champ électrique
(b) densité de courant
(c) taux d'ionisation moyen

La simulation dynamique correspond au schéma et aux valeurs numériques de la figure 17.

F = 10 GHz

C_L = 20 pF

I_{DC} = 21 mA

V_{AL} = 15,5 cos Ωt (V)

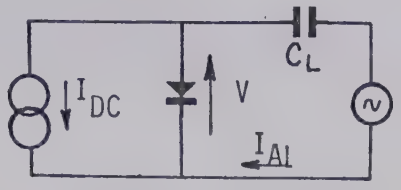


FIGURE 17 - SCHEMA ET VALEURS NUMERIQUES

Les résultats obtenus sont résumés figure 18. La tension effective aux bornes de la diode est tracée courbe (b) ; sa valeur de crête n'excède pas 20 % de la tension continue ; c'est pourquoi aucun harmonique n'est observé dans le courant hyperfréquence porté courbe (c). De plus la tension et le courant sont pratiquement en quadrature.

Le déphasage exact est : $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{100}$

ce qui correspond à une admittance équivalente de la diode.

$$Y \text{ (Siemens)} = - 0{,}58.10^{-3} + j\ 18{,}4.10^{-3}$$

On remarque que la conductance a diminué de moitié par rapport à sa valeur en petit signal calculée précédemment,mais que la décroissance de la susceptance est négligeable.

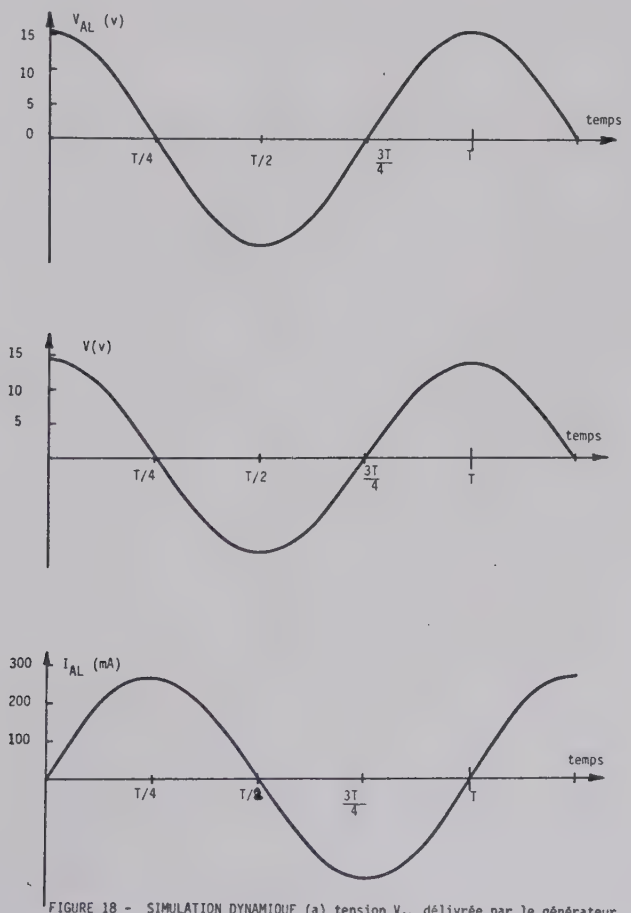


FIGURE 18 - SIMULATION DYNAMIQUE (a) tension V_{AL} délivrée par le générateur
(b) tension V aux bornes de la diode
(c) courant hyperfréquence I_{AL}

.../.

En modifiant la fréquence et la tension maximale délivrée par le générateur, on peut avec ce programme obtenir une description détaillée du fonctionnement de la diode et étudier les variations complètes des différents paramètres.

Chapitre III - Etude pratique de la diode à avalanche, réalisation d'un amplificateur.

1 - Généralités.

L'étude théorique menée au chapitre précédent montre que le fonctionnement en régime d'avalanche des diodes conduit pour l'impédance dynamique à une partie réelle négative si la fréquence est supérieure à la fréquence d'avalanche. Dans ce chapitre on confronte les résultats théoriques et pratiques et on étudie la possibilité de réaliser un amplificateur hyperfréquence.

2 - Etude théorique de l'amplification.

2.1. Considérations générales

Le schéma habituel d'un amplificateur est celui de la figure 19.

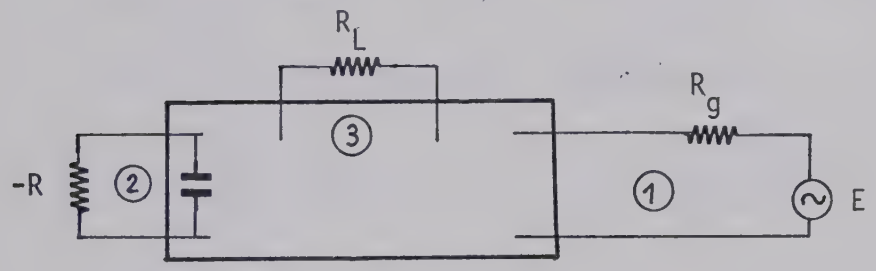


FIGURE 19 - SCHEMA DE PRINCIPE DE L'AMPLIFICATEUR

L'entrée est constituée d'un générateur de résistance interne R_g, la sortie d'une impédance R_L ; le schéma équivalent (-R,C) de la diode à avalancheest celui défini précédemment. La capacité parallèle C est incluse, par des commodités de calcul, dans le circuit d'adaptation.

Ce réseau d'adaptation, à 3 accès, est supposé passif et non dissipatif, pour le caractériser on choisit aux accès 1, 2, 3 les impédances de référence R_g, R, R_L. On introduit ainsi les variables réduites tension u, courant i,onde entrante a, onde sortante b, et la matrice de répartition S.

Avec les conventions de signe indiquées figure 20, on écrit à l'accès k :

$$a_k = \frac{1}{2}(u_k + i_k)$$

$$b_k = \frac{1}{2}(u_k - i_k)$$

.../...

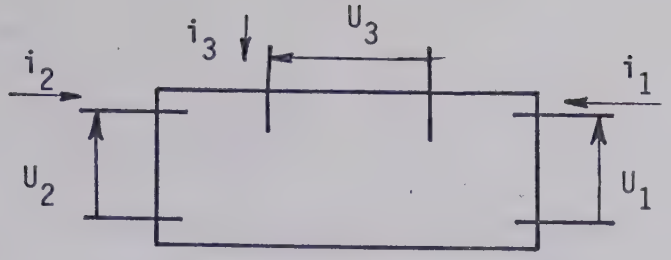


FIGURE 20 - ORIENTATIONS CHOISIES

Les relations de fermeture sont :

A l'accès 2 : $u_2 = i_2$ soit $b_2 = 0$

A l'accès 3 : $u_3 = i_3$ soit $a_3 = 0$

Soit Z_1 l'impédance vue à l'accès 1. On a :

$$u_1 = \frac{Z_1 E}{(Z_1+R_g)\sqrt{R_g}} \qquad i_1 = \frac{E\sqrt{R_g}}{R_g + Z_1}$$

d'où : $$a_1 = \frac{E}{2\sqrt{R_G}}$$

Introduisons les coefficients de la matrice de répartition. On a :

$$b_2 = S_{21}\, a_1 + S_{22}\, a_2 + S_{23}\, a_3$$

$$b_3 = S_{31}\, a_1 + S_{32}\, a_2 + S_{33}\, a_3$$

et compte tenu des fermetures :

$$\frac{b_3}{a_1} = \frac{S_{22}\, S_{31} - S_{32}\, S_{21}}{S_{22}}$$

On remarque que le terme $S_{32}S_{21} - S_{22}S_{31}$ est le cofacteur de S_{13} dans la matrice S. Puisque le réseau est non dissipatif cette matrice est unitaire:

$$S^{-1} = S^{+} \qquad \text{d'où } (\det S) = 1$$

On en déduit :

$$\frac{S_{32}S_{21} - S_{22}S_{31}}{\det S} = S_{13}^{*} \quad \text{et} : |S_{32}S_{21} - S_{22}S_{31}| = |S_{13}|$$

.../...

ce qui donne :

$$\left|\frac{b_3}{a_1}\right|^2 = \left|\frac{S_{13}}{S_{22}}\right|^2$$

Le gain, en puissance échangeable, est le rapport de la puissance P_3 absorbée par la charge R_L à la puissance échangeable P_e du générateur.
Or

$$P_3 = |b_3|^2 \quad \text{car } a_3 = 0$$

et

$$P_e = \frac{|E|^2}{4\,R_g} = |a_1|^2$$

d'où

$$G = \left|\frac{S_{13}}{S_{22}}\right|^2$$

Le gain G dépend donc uniquement des paramètres S_{13} et S_{22}, caractéristiques du réseau. Si a_2 et a_3 sont nuls (les accès 2 et 3 sont fermés sur R et R_L) on obtient le coefficient de transmission de l'accès 3 à l'accès 1 : τ_{13}
avec

$$S_{13} = \frac{b_1}{a_3} = \tau_{13}$$

or

$$|\tau_{13}| \leq 1 \quad \text{d'où} \quad G \leq \left|\frac{1}{S_{22}}\right|^2$$

De même si on ferme les accès 1 et 3 respectivement sur R_g et R_L on a :

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{u_2 - i_2}{u_2 + i_2} = \frac{Z_2 - R}{Z_2 + R} = \rho_2$$

(Z_2 étant l'impédance vue à l'accès 2.)

S_{22} représente le coefficient de réflexion à l'accès 2, lorsque cet accès est fermé sur l'impédance R.

L'impédance Z_2 tient compte de la capacité parallèle de la diode.
On peut lui appliquer le calcul fait par BODE (réf. 15) et obtenir :

$$\int_0^\infty \text{Log} \left|\frac{1}{\rho_2}\right| d\omega \leq \frac{\pi}{RC}$$

.../...

soit : $$\int_0^\infty \text{LogG}\, d\omega \leq \int_0^\infty \text{Log} \left| \frac{1}{S_{22}} \right|^2 d\omega \leq \frac{2\pi}{RC}$$

En particulier si G est constant dans la bande ω_1 ω_2, et égal à l'unité en dehors de la bande, on peut écrire :

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \text{Log } G\, d\omega \leq \frac{2\pi}{RC} \quad .$$

D'où la formule connue donnant une limitation théorique d'un produit gain-bande passante :

$$g \times \Delta F \leq \frac{4,3}{RC}$$

dans laquelle g est le gain en dB et ΔF la bande passante. Si la fonction de gain G (ω) est du type Butterworth ou Tchebytcheff, YOULA et SMILEN (réf. 16) ont montré que cette limite théorique du produit gain-bande, peut être atteinte en utilisant un nombre infini de cellules d'adaptation.

2.2. Simplification du réseau d'adaptation

Nous avons vu que le gain G dépend de $|S_{22}|$ et $|S_{13}|$.

Pour agir indépendemment sur ces paramètres un réseau non réciproque est introduit sous forme d'un circulateur (fig. 21) permettant de séparer les ondes incidente et réfléchie à l'accès 2.

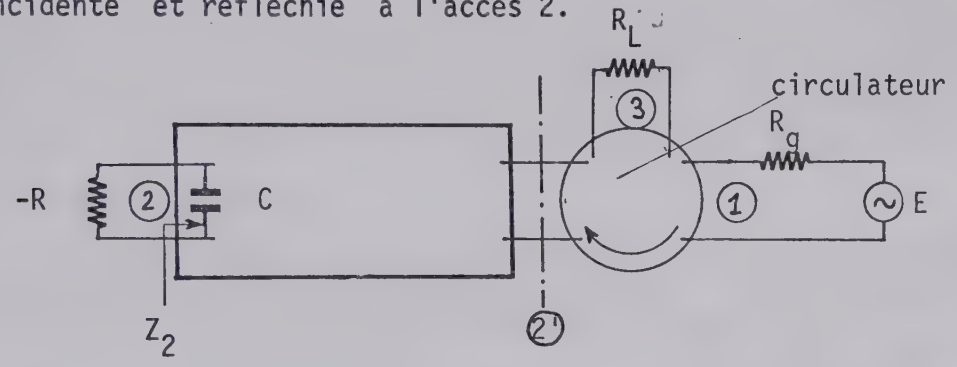


FIGURE 21 - UTILISATION DU CIRCULATEUR

Le circuit d'adapation est alors réduit à un quadripôle d'accès 2 et 2'. Si on suppose le circulateur très directif et avec des pertes d'insertion négligeables (c'est-à-dire $|S_{13}| \simeq 1$), on obtient :

$$G \simeq \frac{1}{|S_{22}|^2} = \frac{1}{|\rho_2|^2} = \left| \frac{R+Z_2}{R-Z_2} \right|^2$$

.../...

soit $G = |\Gamma_2|^2$

Γ_2 désignant le coefficient de réflexion à l'accès 2 lorsque celui-ci est fermé sur -R et ρ_2 le coefficient de réflexion lorsque l'impédance de fermeture est R. Puisque le quadripôle est non dissipatif, les coefficients de réflexion à l'accès 2' sont les mêmes en module.

c'est-à-dire :

$$|\Gamma_2'| = |\Gamma_2| \quad \text{et} \quad |\rho_2'| = |\rho_2|$$

Introduisons le coefficient de transmission τ_2' de l'accès 2' à l'accès 2 et A l'affaiblissement transductique du quadripôle entre les impédances Z_e et R. (Z_e désigne l'impédance du circulateur fermé sur R_g et R_L).

On a :

$$|\tau_2'|^2 + |\rho_2'|^2 = 1$$

avec :

$$|\tau_2'|^2 = \frac{1}{A}$$

d'où :

$$G = \left|\frac{1}{\rho_2'}\right|^2 = \frac{A}{A-1}$$

On ramène alors l'étude de G à celle de A. Ce résultat est important puisque A est une grandeur caractéristique dans l'étude des filtres pour lesquels de nombreux travaux de synthèse tant théoriques qu'expérimentaux ont été réalisés. En utilisant les tables données par MATTHAEI (réf. 17) on détermine directement les éléments du filtre correspondant à A. Connaissant la relation qui lie G à A, GESTINGER (réf. 18) détermine le réseau d'adaptation en fonction du G gain désiré.

3 - Monture utilisée.

La diode étudiée est une diode AH237 fabriquée par THOMSON CSF. Son profil de dopage est celui défini par la figure 1 (page 2) et son boîtier de type varactor (N° F27d) est indiqué photo 1 et figure 22:

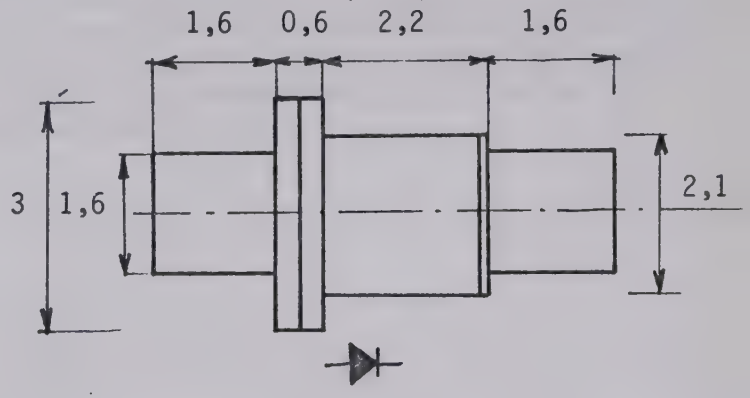


FIGURE 22 -

REPRESENTATION DU BOITIER DE LA DIODE

(COTES EN mm)

3.1. Description

Les photos 2 et 3 représentent la monture coaxiale utilisée pour les mesures et l'étude de l'amplificateur ; un schéma détaillé est reproduit figure 23.

.../...

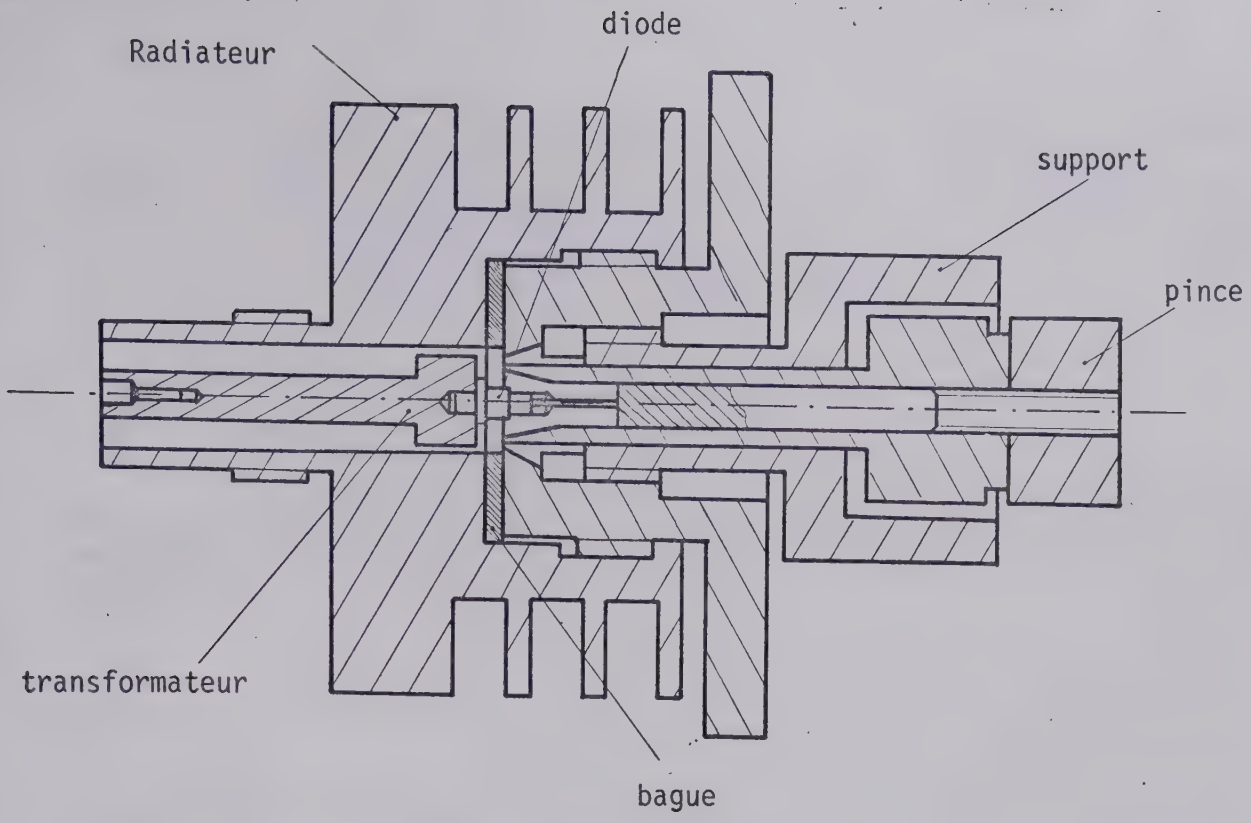


FIGURE 23 - MONTURE

On remarque le système de positionnement et les différentes pinces qui doivent assurer de bons contacts électriques. Malgré les précautions prises pour le montage et la précision d'usinage des éléments constituant la monture, plusieurs diodes ont été détruites, soit mécaniquement (on les casse au niveau de la soudure métal-céramique si on les serre trop fortement), soit électriquement (si un mauvais contact en continu se produit, une décharge électrique éventuellement accentuée par l'effet inductif du fil d'alimentation apparaît et peut détruire le semi-conducteur). Pour polariser la diode au point de fonctionnement choisi la monture est reliée par une fiche du type "APC7" à un aiguillage de polarisation représenté photo 4.

Abstraction faite des éléments mécaniques qui n'influencent pas directement son comportement électrique, un schéma simplifié de la monture est indiqué figure 24. On remarque la bague de téflon placée dans la fiche "APC7" qui supporte le conducteur central en laissant inchangée l'impédance caractéristique de la ligne (50Ω) mais en modifiant sa longueur électrique.

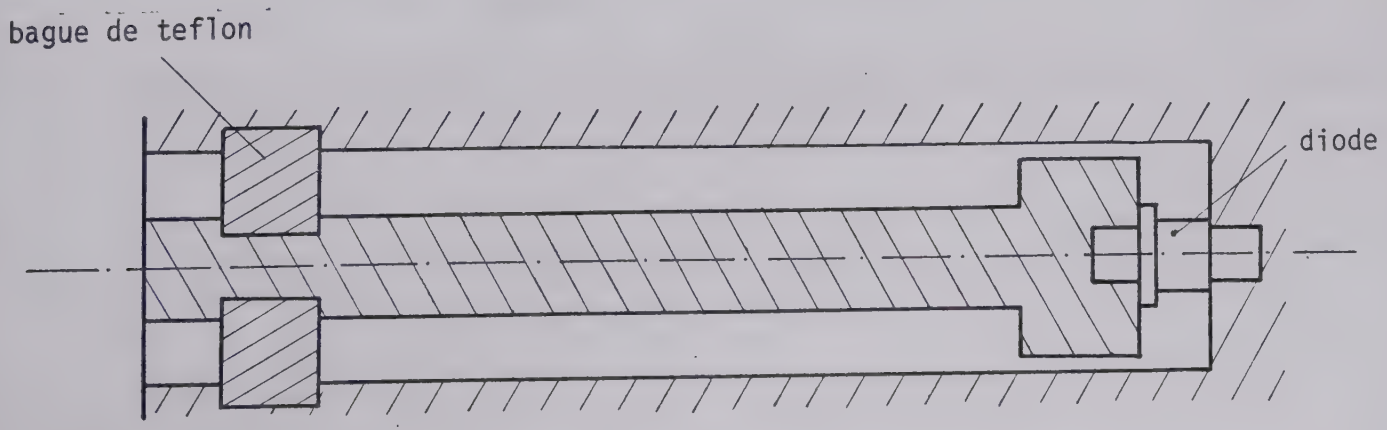


FIGURE 24 - SCHEMA SIMPLIFIE DE LA MONTURE

.../...

La diode est disposée dans une cavité de volume variable couplée au circuit extérieur par un transformateur d'impédance (de longueur et d'impédance caractéristique réglables). On a choisi ce type de monture car il permet de changer rapidement les éléments constituant le réseau d'adaptation. Pour connaître l'impédance de la diode à partir de celle de la monture, on doit définir le schéma équivalent de cette dernière.

3.2 Détermination d'un schéma électrique équivalent.

Etude de la transition

La longueur électrique de la bague de téflon est déterminée en utilisant la monture représentée figure 25. On repère à la ligne de mesure la position du plan de court-circuit et on déduit à partir des côtes mécaniques du dispositif la longueur cherchée.

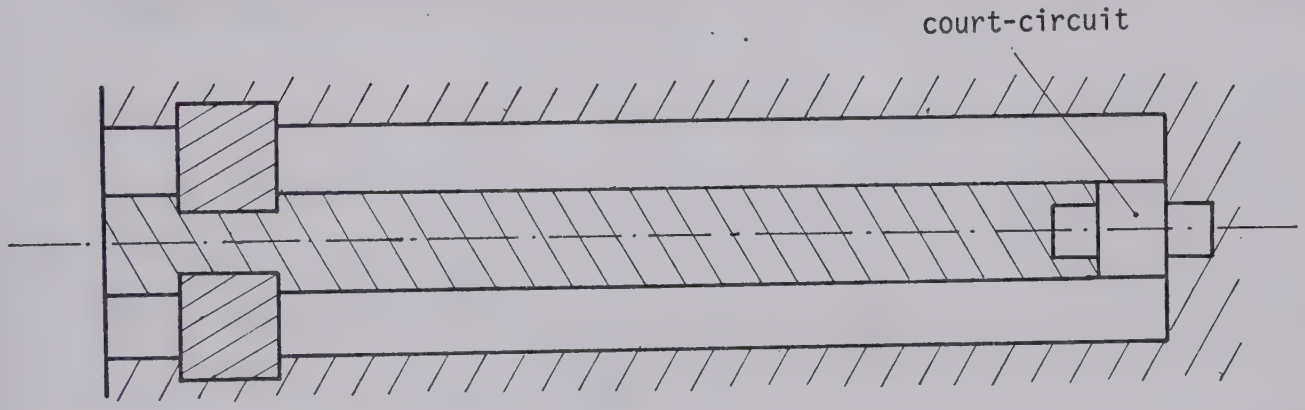


FIGURE 25 - MONTURE UTILISEE POUR LA MESURE DE LA LONGUEUR ELECTRIQUE DE LA BAGUE DE TEFLON

3.2. a - Approche théorique

Pour déterminer un schéma électrique équivalent complet et introduire les conditions aux limites en termes de tension et de courant, on définit avec GESTINGER (réf. 19) une tension et un courant par les relations habituelles :

$$V = -\int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l}$$

$$I = \oint \vec{H}\, d\vec{l}$$

La circulation du champ électrique est calculée d'un conducteur à un autre et celle du champ magnétique autour d'un conducteur.

.../...

Afin de simplifier l'exposé on raisonne sur le type de monture représenté figure 24. On verra par la suite comment on peut extrapoler les résultats à d'autres formes de cavité (figures 30 et 31).

Au niveau du plan P de discontinuité des deux lignes de transmission (figure 26) on introduit entre les conducteurs une capacité C_d. De même au niveau du plan P' il existe une capacité de discontinuité Cd' entre le conducteur central et le conducteur extérieur, en plus d'une "capacité de frange" C_F entre le bord du conducteur central et le plan de court-circuit P". Les capacités C_d et C_d' sont reliées par l'inductance L représentant le volume torique de section droite EFBA. La symétrie de ce volume impose un champ magnétique transversal d'où :

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \quad \text{Log} \frac{r_3}{r_2}$$

Entre la diode et le circuit électrique défini ci-dessus, il existe une ligne radiale dont le comportement fait l'objet de l'Annexe 2. On obtient ainsi (figure 27) le schéma électrique équivalent de la monture.

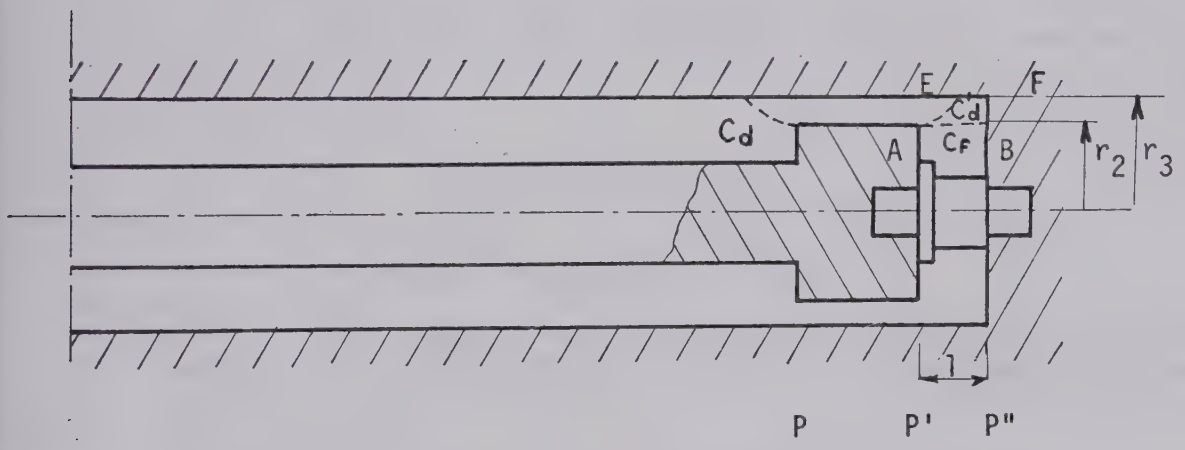


FIGURE 26 - DEFINITION DES ELEMENTS DE DISCONTINUITE

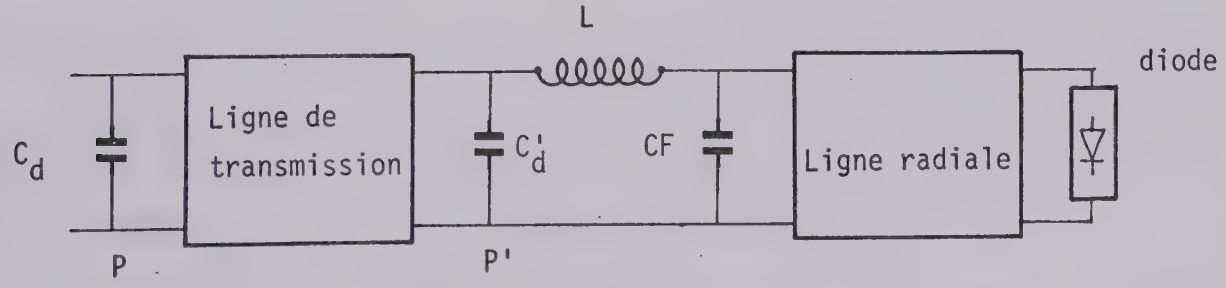
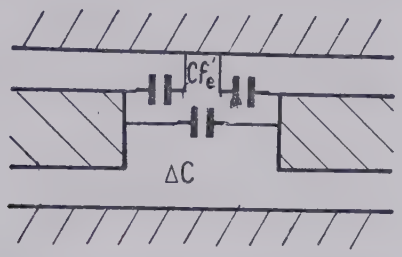


FIGURE 27 - SCHEMA EQUIVALENT DE L'IMPEDANCE VUE AU NIVEAU DU PLAN P

La capacité C_d est facilement calculable à partir des dimensions des conducteurs en utilisant les formules données par SOMLO (réf. 20).

Pour déterminer C_d' et C_F on utilise les résultats de GESTINGER (réf. 21) qui a calculé les valeurs des capacités linéiques ($C_{f'e}$ et ΔC) pour deux barreaux disposés entre deux plans de masse (figure 28).



$C_{f'e}$: capacité de bord

ΔC : capacité entre barreaux

FIGURE 28 - MODELE UTILISE POUR LE CALCUL DES CAPACITES DE BORD

Pour être dans les conditions semblables à celles de la figure 28, on remplace l'influence du plan P" vis à vis du transformateur d'impédance par un transformateur symétrique, comme indiqué figure 29.

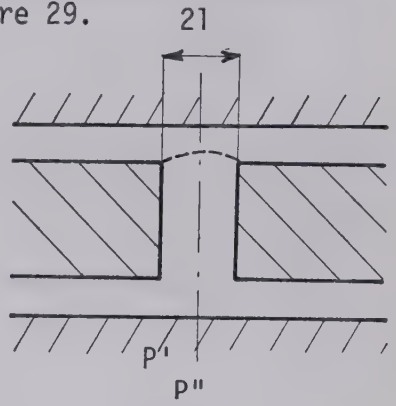


FIGURE 29 - INTRODUCTION D'UN TRANSFORMATEUR SYMETRIQUE

Il vient :

$$C_d' = 2\Pi\varepsilon r_2 \frac{C_{f'e}}{\varepsilon}$$

$$C_f = \Pi r_2 \varepsilon(4\frac{\Delta C}{\varepsilon} - \frac{r_2}{l})$$

Pour aborder les types de cavité représentés figure 30 et 31 il suffit en première approximation de modifier dans les calculs précédents la position du plan de masse situé entre les plan P' et P" par rapport au conducteur intérieur.

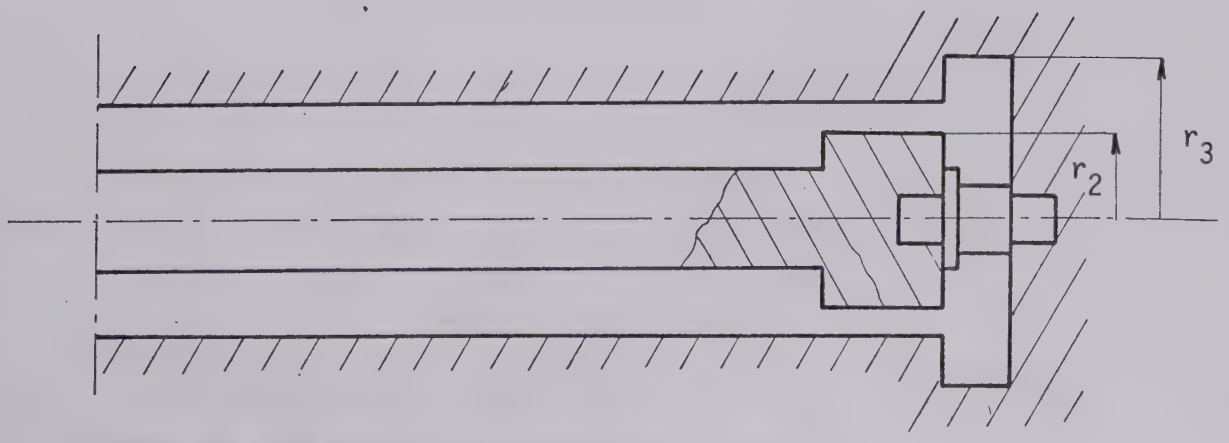


FIGURE 30 - AUGMENTATION DU VOLUME DE LA CAVITE

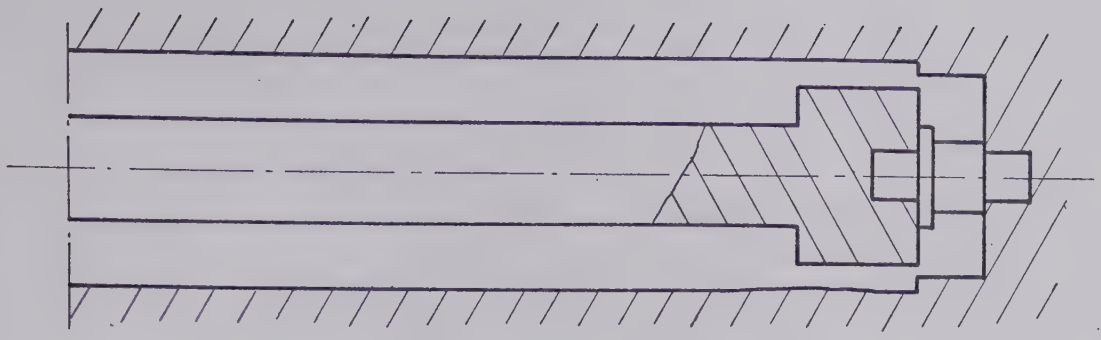


FIGURE 31 - DIMINUTION DU VOLUME DE LA CAVITE

3.2.b Vérification expérimentale

Afin d'apprécier le domaine de validité des hypothèses nous avons fait différentes mesures : On remplace la diode par un court-circuit en laiton ayant les mêmes dimensions ; on mesure à la ligne l'impédance de la monture et on compare avec l'impédance calculée à partir du schéma électrique équivalent. Les types de cavités ainsi que les éléments de discontinuité correspondants sont indiqués figures 32 (a) et 33 (a).

En étudiant les impédances respectivement représentées figures 32 (b) et 33 (b) on constate que les approximations sont d'autant plus satisfaisantes que la cavité a une forme plus simple. Si les dimensions mécaniques de la monture et la position des minimums repérés à la ligne sont connus avec une erreur de $\frac{5}{100}$ mm, l'imprécision sur l'impédance du court-circuit dépasse 30 %.

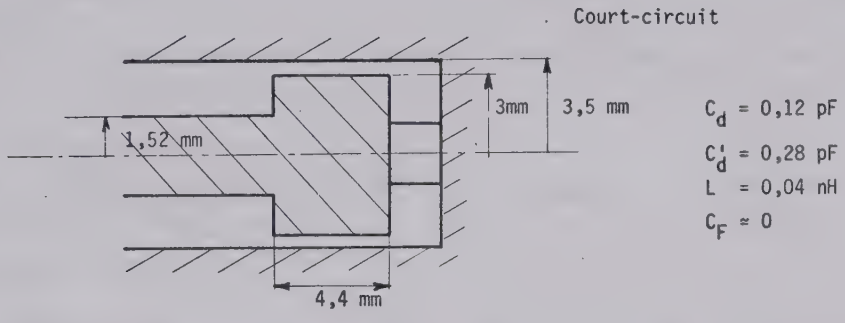


FIGURE 32 (a) - MONTURE ET ELEMENTS DE DISCONTINUITES

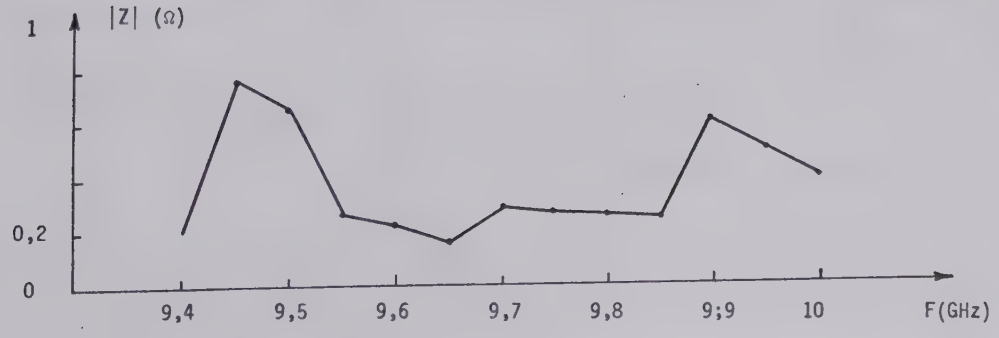


FIGURE 32 (b)- MODULE DE L'IMPEDANCE DU COURT CIRCUIT

.../...

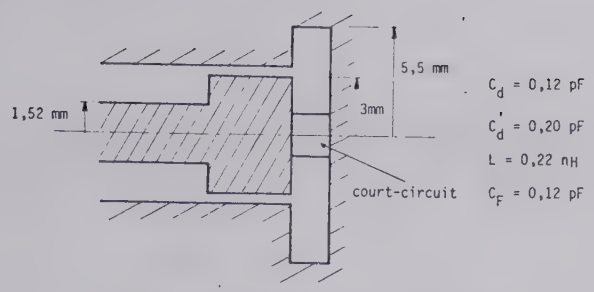


FIGURE 33 (a) - MONTURE ET ELEMENTS DE DISCONTINUITES

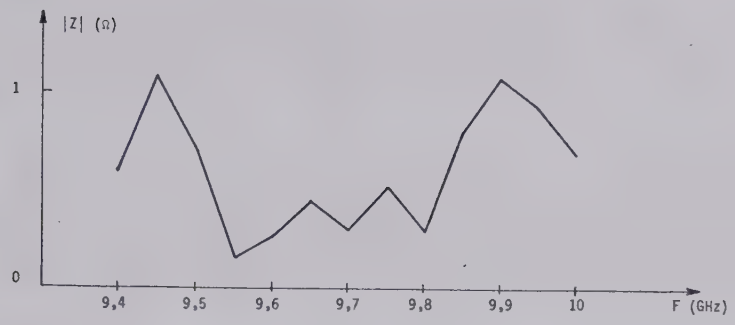


FIGURE 33 (b) - MODULE DE L'IMPEDANCE DU COURT-CIRCUIT

4. - Mesures sur la diode.

Afin, d'une part, de trouver le circuit optimal d'adaptation et d'autre part, de vérifier les résultats théoriques (petits signaux) obtenus précédemment nous devons déterminer l'impédance dynamique de la diode.

4.1. Méthode

Le montage réalisé est celui indiqué figure 34 et photo 5. En plaçant l'aiguillage de polarisation en avant de la ligne de mesure, on obtient directement l'impédance de la monture. Les wattmètres permettent de contrôler les niveaux de puissance à l'entrée et à la sortie du dispositif.

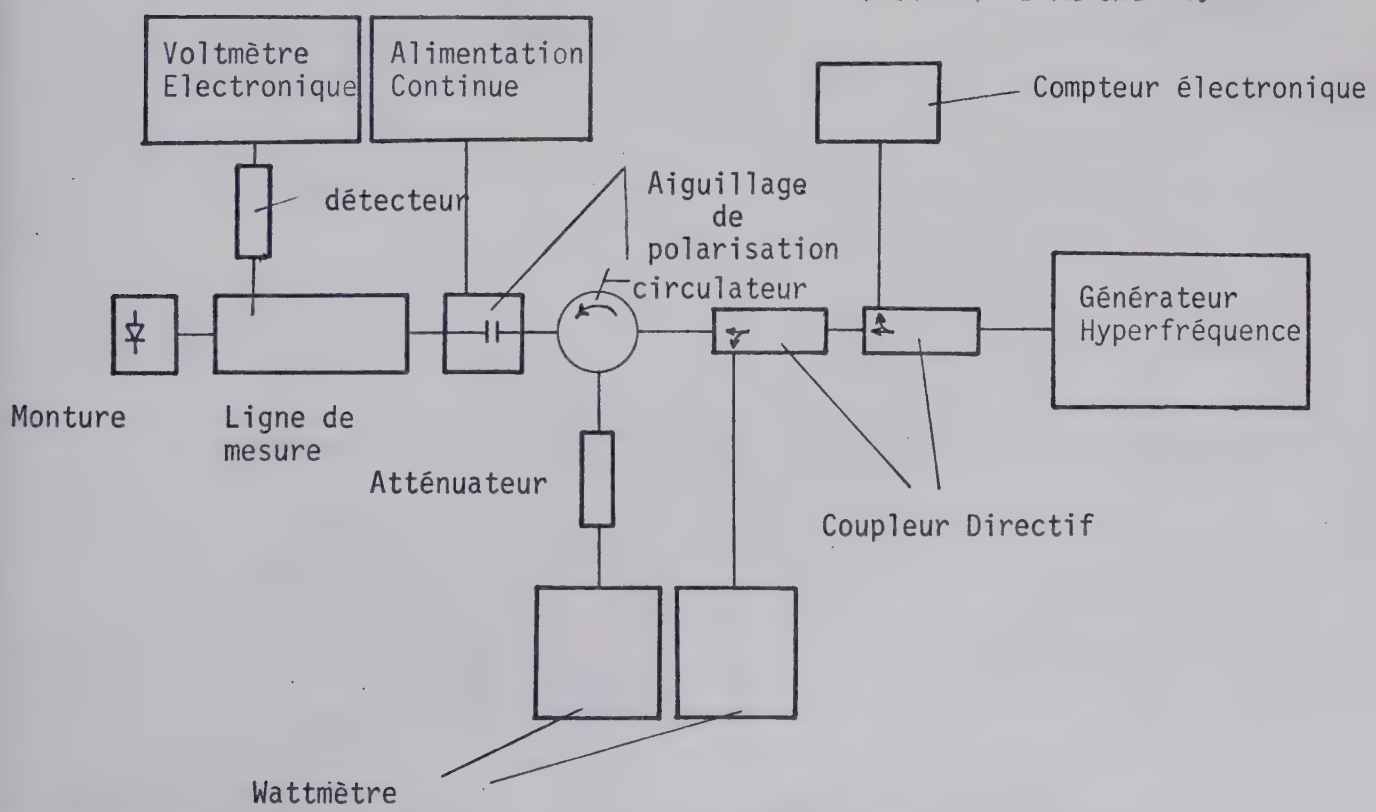


FIGURE 34 - BANC DE MESURE D'IMPEDANCE DE DIODE

La méthode de mesure est la même que pour un dipôle passif, la seule différence étant l'expression du rapport d'onde stationnaire S en fonction du coefficient de réflexion Γ:

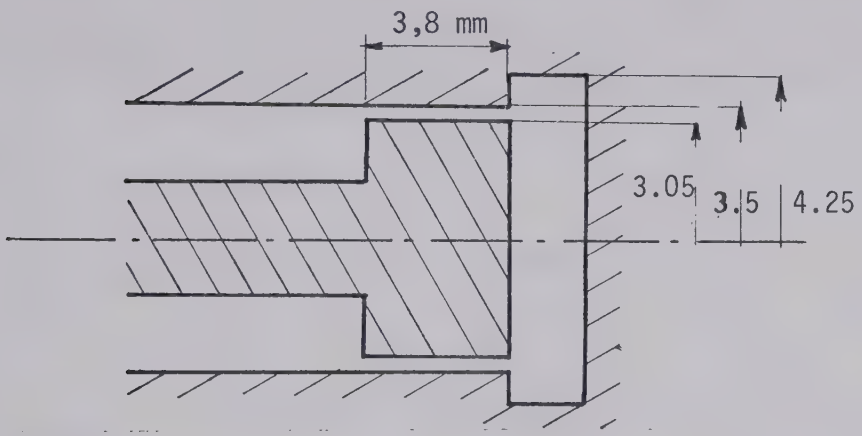
$$S = \frac{|\Gamma| + 1}{|\Gamma| - 1} \qquad \text{avec} \quad |\Gamma| > 1$$

Pour obtenir le maximum de précision dans la mesure, il faut que le coefficient de réflexion soit élevé. On choisit parmi les transformateurs d'impédance disponibles ceux qui permettent d'avoir une amplification notable dans la gamme de fréquence utilisée.

De la position des minimums repérée à la ligne, on déduit l'impédance de la monture puis celle de la diode compte tenu des éléments électriques équivalents déterminés précédemment. Les calculs ont été faits sur ordinateur, ce qui permet une connaissance rapide de l'impédance complexe de la diode.

4.2. Résultats

Pour couvrir la bande 9,8 - 10,7 GHz on a utilisé trois types de circuits d'adaptation. Ils sont indiqués figure 35 avec les valeurs numériques des éléments électriques correspondants. Afin de comparer avec les valeurs théoriques, on a étudié l'admittance Y de la diode avec: Y = G + jB



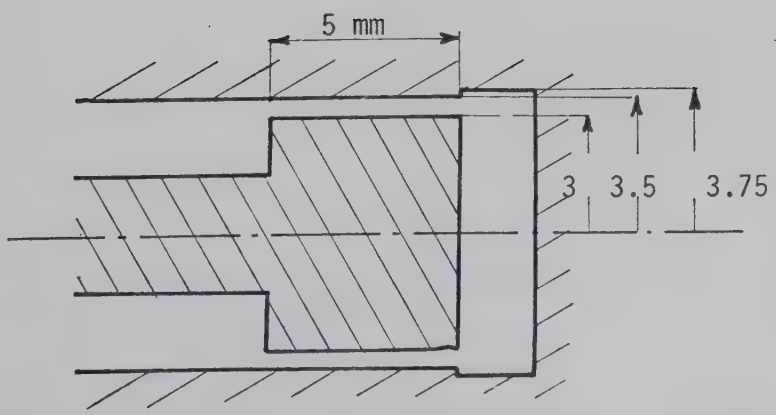
C_d = 0,14 pF

C'_d = 0.20 pF

L = 0,15 nH

C_F = 0.05 pF

(a)



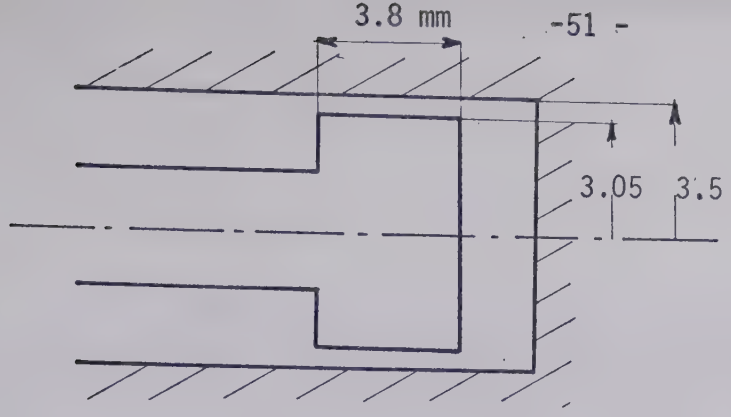
C_d = 0.125 pF

C'_d = 0.27 pF

L = 0.1 nH

$C_F \simeq 0$

(b)



C_d = 0.14 pF

C'_d = 0.31 pF

L = 0.06 nH

$C_F \simeq 0$

(c)

FIGURE 35 - MONTURES ET ELEMENTS ELECTRIQUES EQUIVALENTS POUR LES MESURES DE DIODE DANS LA GAMME

(a) 9,8 - 10,05 GHz

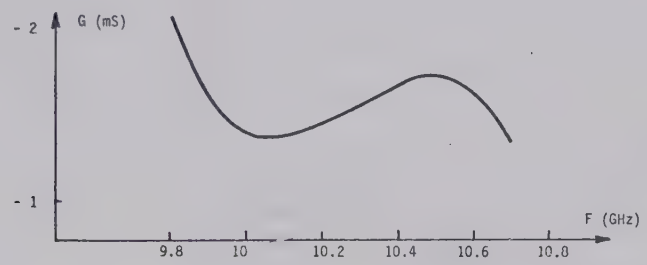
(b) 10 - 10,45 GHz

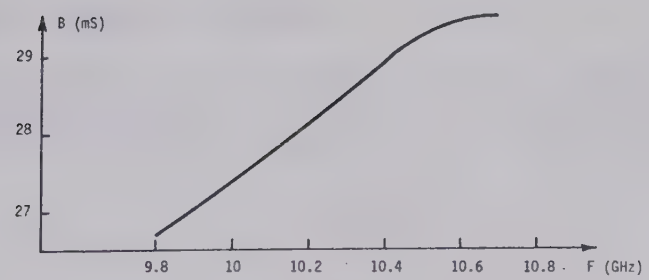
(c) 10,4 - 10,7 GHz

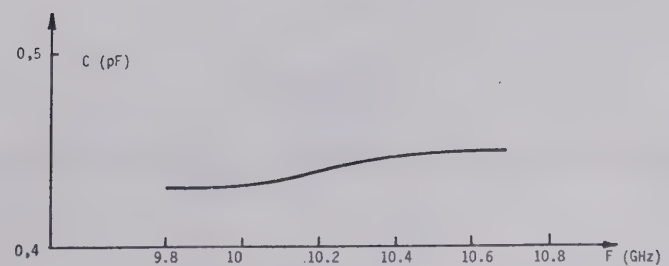
et la capacité parallèle équivalente C telle que :

$$C = \frac{B}{\omega}$$

Sur les figures 36 (a) et 36 (b) sont représentées la conductance et la susceptance de la diode en boitier. La capacité C indiquée figure 36 (c) est voisine de 0,44 pF. On note une augmentation de la capacité à partir de 10 GHz et une décroissance de la conductance après 10,5 GHz. La bande de fréquence 10 -10,5 GHz correspond assez bien au domaine prévu par le constructeur pour une utilisation de la diode en oscillateur.







.../...

FIGURE 36 - ETUDE DE L'ADMITTANCE DE LA DIODE EN BOITIER

(a) Conductance

(b) Susceptance

(c) Capacité parallèle équivalente

On a porté sur la figure 37 les grandeurs caractéristiques de la diode sans boitier. On a fait abstraction des éléments de connexion : inductance série et capacité parallèle dont les valeurs approchées données par le constructeur sont respectivement 0,6 nH et 0,2 pF. On obtient des résultats très proches de ceux trouvés dans la partie théorique de l'étude et indiqués figure 9 (page 14).Les différences observées pour la conductance peuvent provenir des approximations faites dans les approches théorique et expérimentale.

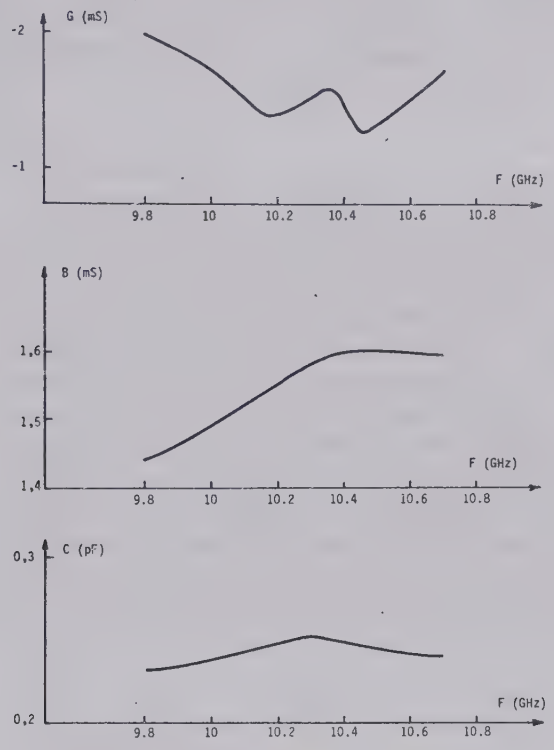


FIGURE 37 - ETUDE DE L'ADMITTANCE DE LA DIODE SANS BOITIER
(a) Conductance
(b) Susceptance
(c) Capacité parallèle équivalente

5. - Adaptation de la diode.

Conformément aux résultats des mesures décrites ci-dessus le schéma électrique équivalent de la diode à avalanche dans son boîtier est celui utilisé pour l'étude théorique de l'amplificateur (voir figure 38)

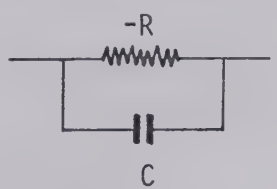


Figure 38

On en déduit que le produit gain-bande passante maximal est :

.../...

$$g \times F = \frac{4,3}{RC} = \frac{4,3 \times 1,3 \times 10^{-3}}{0,43 \times 10^{-12}} = 13 \text{ dB} \times \text{GHz}$$

De plus nous avons vu que le calcul du circuit d'adaptation était théoriquement ramené à celui d'un filtre pour lequel de nombreux travaux ont été faits. En intégrant symboliquement la capacité de la diode dans la première cellule de ce filtre on peut choisir un circuit d'adaptation en fonction des caractéristiques recherchées de l'amplificateur (gain, bande) et approcher les performances optimales. Ces études et les tables en résultant sont faites pour des éléments localisés. Avec le montage coaxial utilisé on ne sait pas réaliser des éléments localisés indépendants de la fréquence dans une large plage. Toutefois dans le domaine des lignes coaxiales on sait faire des transformateurs d'impédances qui adaptent dans une large bande deux impédances réelles. Pour se ramener à ce cas l'impédance Z_- vue dans le plan P' (défini figure 26) doit être réelle.

5.1. Choix de la cavité

L'impédance Z'_- représente l'impédance de la cavité contenant la diode ; pour annuler sa partie imaginaire à 10 GHz (fréquence centrale de l'amplificateur) on joue sur les valeurs du rayon r_3 de la cavité, du rayon r_2 du transformateur d'impédance qui couple la cavité au circuit extérieur, comme l'indique la figure 30. Connaissant l'impédance de la diode et les éléments du schéma électrique équivalent à la cavité en fonction de r_2 et r_3 on fait une première approche sur calculateur. Pour cela on fait varier r_2 et r_3 et on calcule les valeurs correspondantes de Z_-. Ceci permet de déterminer le couple des valeurs r_2 et r_3 qui permettent d'obtenir théoriquement une impédance Z_- réelle. Cette étude est complétée par des mesures de Z_- (conformément à la méthode décrite au paragraphe précédent) pour des éléments ayant des dimensions proches de celles calculées. Les résultats des mesures et les dimensions mécaniques des éléments correspondants sont indiqués figure 39 avec :

$$Z'_- = - R' + j X'$$

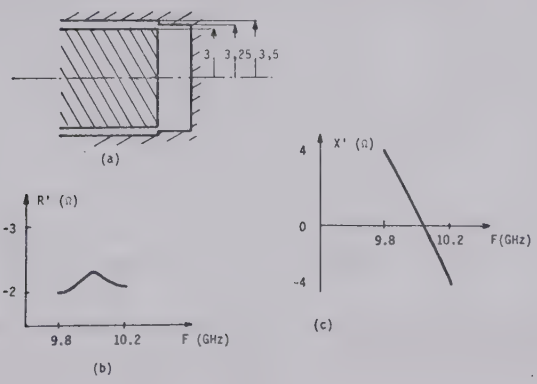


FIGURE 39 - CHOIX DE LA CAVITE (a) cavité et couplage
(b) partie réelle de Z'
(c) partie imaginaire de Z'

5.2. Choix de la ligne

Posons $Z'_+ = R' + jX'$

.../...

Soient Z_e l'impédance du circuit extérieur vue du plan P', Γ' et ρ' les coefficients de réflexion respectivement sur Z'^- et Z'^+. Comme nous l'avons déjà remarqué on a :

$$|\Gamma'| = \left|\frac{-R'+jX'-Ze}{-R'+jX'+Z_e}\right| = \frac{1}{|\rho'|}$$

ce qui limite l'étude à l'adaptation entre Z_e et Z'^+

On remarque que Z'_+ est en première approximation l'impédance d'un circuit résonnant série dont le coefficient de surtension Q est :

$$Q = \frac{1}{R'} F_o \left(\frac{dX'}{dF}\right)_{F_o}$$

soit numériquement à 10 GHz : Q = 42 .

D'après les calculs de YOULA et SMILEN (réf. 16) et ceux exposés au § 1, ceci correspond à une limite du produit gain-bande (pour une adaptation du type Butterworth ou Tchebycheff) de :

$$g \times \Delta F = \frac{8,6\Pi \times Fo}{Q} = 5,85 \text{ dB x GHz}$$

L'accord dans la cavité a donc réduit de plus de moitié la limite théorique du produit gain-bande.

Pour réaliser une adaptation large bande avec la ligne coaxiale on ne peut utiliser que des transformateurs d'impédance "$\lambda/4$". On cherche de cette façon à réduire la variation de X' avec la fréquence tout en augmentant R'. Du fait des dimensions réduites de la monture le nombre d'étages de transformateur est limité à 3. Choisissons Z_e l'impédance du circuit extérieur dans le plan P' comme impédance de référence. Le schéma de la ligne est indiqué figure 40.

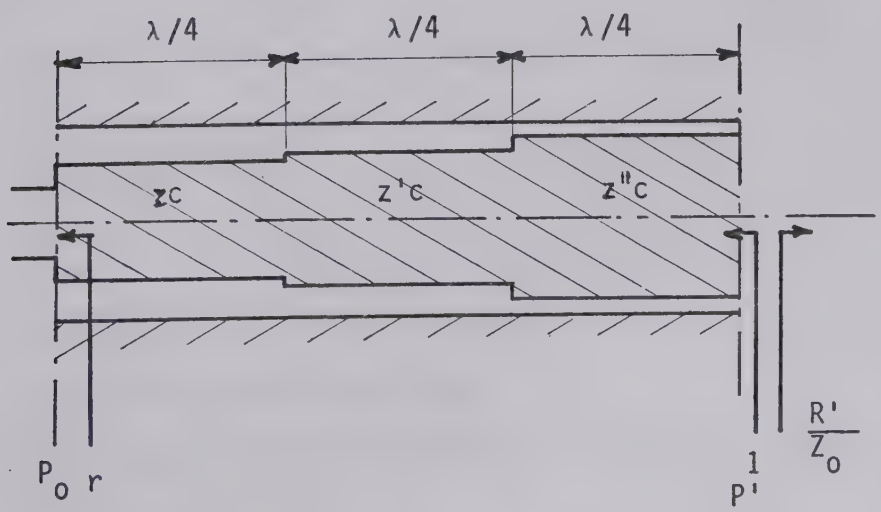


FIGURE 40 - SCHEMA DES TRANSFORMATEURS

On désire un gain d'environ 11 dB soit :

$$\left| \frac{1 - \frac{R'}{Z_e}}{1 + \frac{R'}{Z_e}} \right| = \frac{1}{\sqrt{10}^{1,1}}$$

d'où $Z_e = 1,78\ R' = 3,9\ \Omega$

Or l'impédance Z_o non réduite du circuit extérieur vue dans le plan P_o a été mesurée et a pour valeur

$$Z_o(\Omega) = 70 + 0,05\ j$$

$$\text{d'où } r = \frac{Z_o}{z} \simeq 18$$

On s'est fixé précédemment dans l'étude de l'accord de la cavité les dimensions mécaniques du premier transformateur donc son impédance caractéristique Z"c. En utilisant les résultats donnés par YOUNG (réf. 22) on obtient alors les impédances caractéristiques des autres transformateurs :

$$z'_c = \sqrt{r}$$

$$z_c = r/z_c''$$

soit $Z_c = z_c\ Z_e = 14,8\ \Omega$

$Z_c' = z_c'\ Z_e = 11,9\ \Omega$

$Z_c'' = z_c''\ Z_e = 9,2\ \Omega$

Les dimensions correspondantes sont portées figure 41.

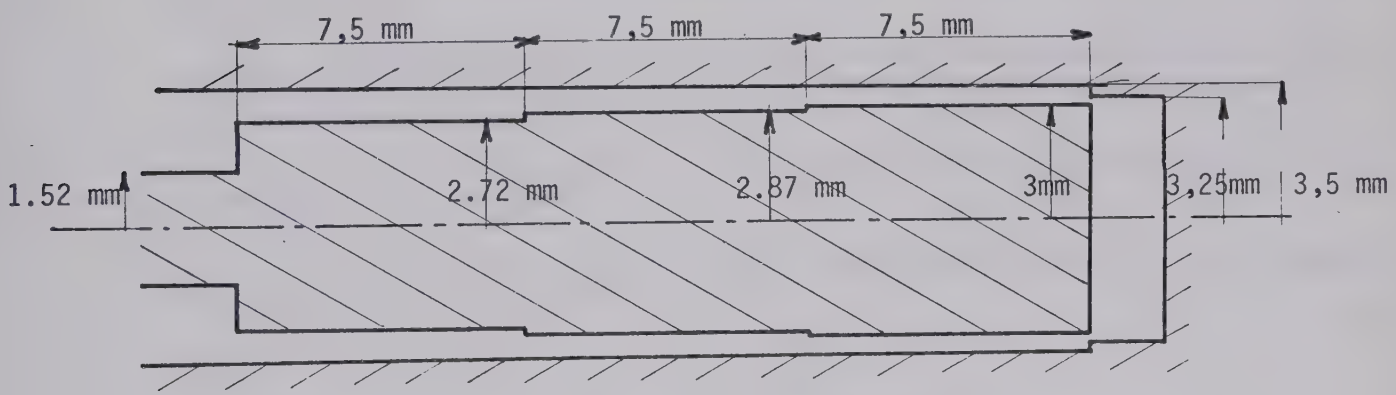


Figure 41 - Monture définitive.

6 - Performance de l'amplificateur.

6.1. Gain et bande passante.

Le circuit d'adaptation précédemment calculé conduit à la courbe

.../...

d'amplification indiquée figure 42 pour un niveau d'entrée de 0dBm et un courant de polarisation de 21mA. (Des circuits ayant des dimensions voisines mais des performances inférieures ont également été essayés). Le gain obtenu est 10,2 dB et la bande passante à 3 dB est de 330 MHz ce qui donne un produit gain-bande de 3,37 dB. GHz.

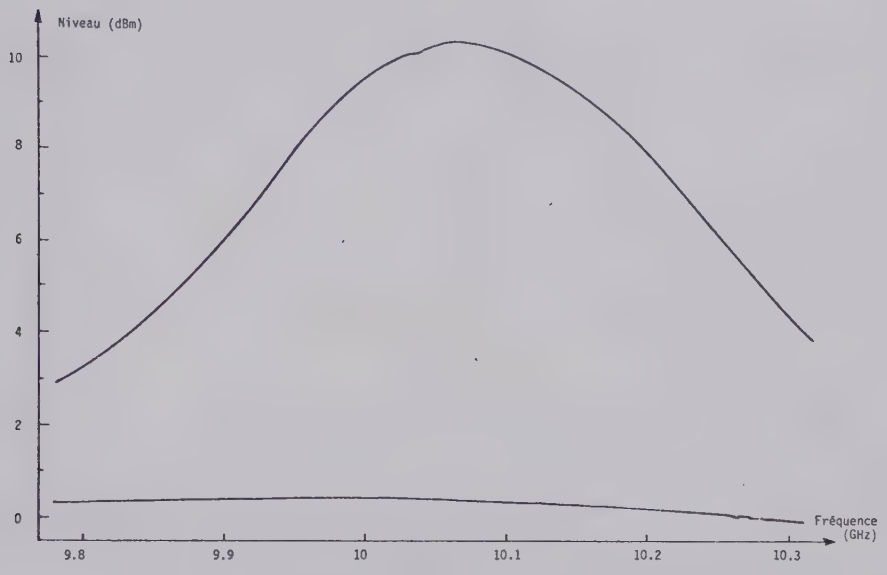


FIGURE 42 - COURBE AMPLITUDE FREQUENCE

Les différences observées entre les valeurs théoriques et pratiques tiennent aux limitations suivantes :

- on ne peut pas avec une monture coaxiale reproduire exactement les schémas étudiés en basse fréquence sous forme d'éléments localisés et décrits dans les tables.

- l'adaptation coaxiale réalisée n'est pas optimale puisque d'une part on a limité le nombre de transformateurs d'impédance et d'autre part on s'est imposé l'un d'entre eux.

- la capacité de discontinuité présente principalement dans le plan Po ne peut être compensée.

Les variations avec la fréquence du déphasage entre signaux d'entrée et de sortie sont indiquées figure 43.

.../...

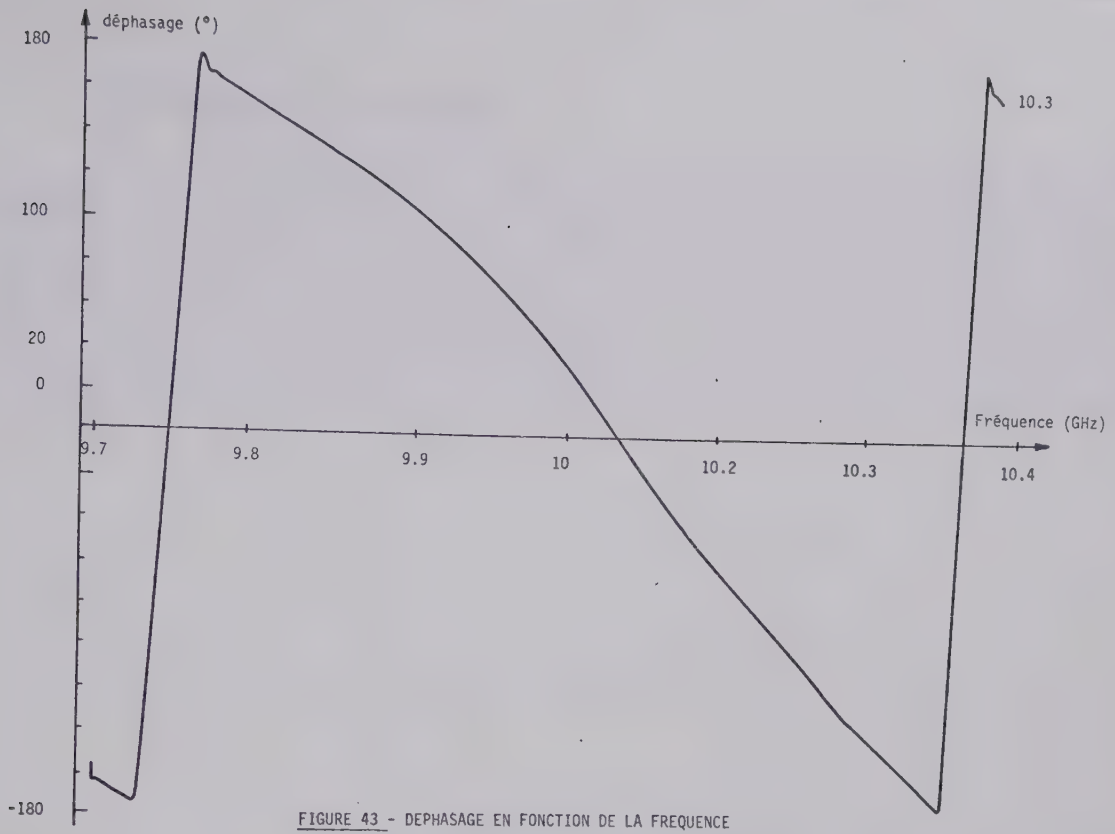


FIGURE 43 - DEPHASAGE EN FONCTION DE LA FREQUENCE

Influence du courant de polarisation.

Si on fait décroître la fréquence d'avalanche en diminuant le courant de polarisation, on modifie l'impédance de la diode. On observe ainsi une partie réelle positive pour des courants inférieurs à 8mA. Cette valeur du courant de polarisation correspond au cas où la résistance négative de la diode calculée théoriquement page 12 est suffisamment faible pour être compensée par une résistance parasite due essentiellement au substrat inactif et aux effets thermiques.

On remarque donc figure 44, d'une part une décroissance du gain et d'autre part une diminution de la fréquence centrale accompagnée d'une augmentation de la bande passante.

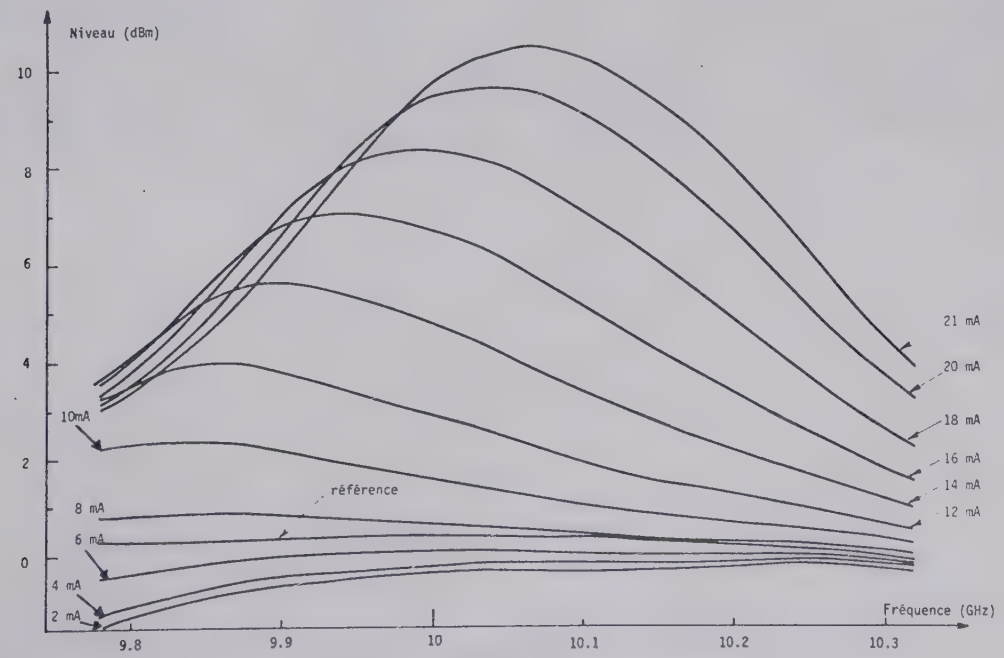


FIGURE 44 - VARIATIONS DU GAIN AVEC LE COURANT DE POLARISATION

Influence de la température

On a relevé figure 45 les modifications des performances de l'amplificateur avec la température, le niveau d'entrée restant toujours égal : OdBm. On note figure (a) une bonne stabilité du gain mais figure (b) et (c) une influence notable de la température sur la bande passante et la fréquence centrale. La dérive de fréquence est tout à fait comparable à celle observée par la fréquence d'un oscillateur à diode à avalanche et provient d'une part de la variation avec la température des dimensions des éléments mécaniques d'adaptation, et d'autre part de la modification du fonctionnement propre de la diode.

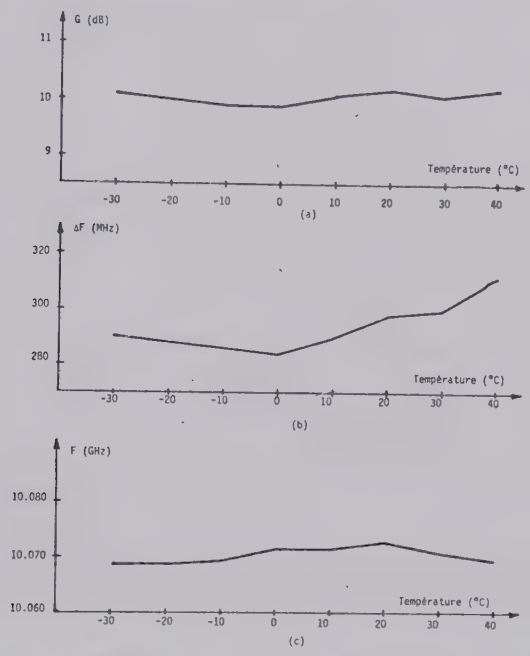


FIGURE 45 - INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR (a) le gain
(b) la bande passante à 3 dB
(c) la fréquence centrale

Influence du niveau d'entrée

Nous avons indiqué figure 46 le comportement de l'amplificateur en fonction du niveau d'attaque. Conformément à la théorie "grand signal" exposée précédemment, on remarque figure (a) une décroissance sensible du gain pour des niveaux d'entrée supérieurs à OdBm. De plus on observe figure (b) et (c) une variation de la bande passante et de la fréquence centrale même pour des niveaux très faibles. Ceci implique que l'impédance de la diode dépend du niveau du signal hyperfréquence à amplifier.

.../...

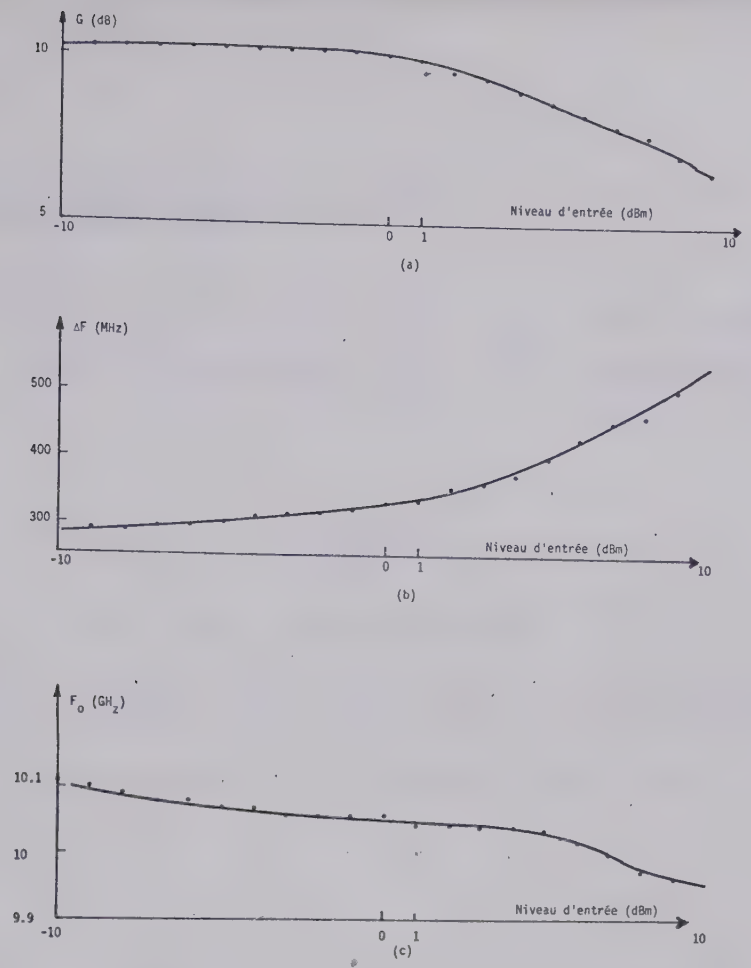
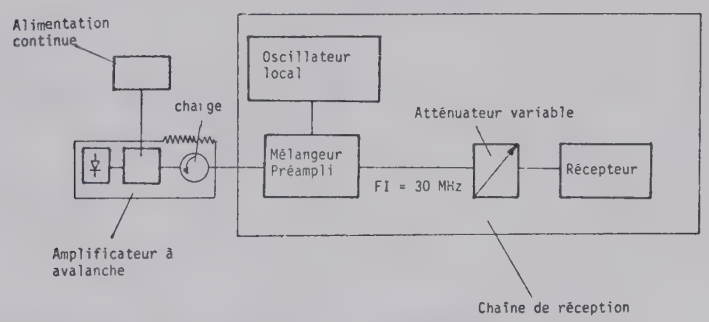


FIGURE 46 - INFLUENCE DU NIVEAU D'ENTREE SUR (a) le gain
(b) la bande passante à 3 dB
(c) la fréquence centrale

6.2. Facteur de bruit.

La valeur élevée du facteur de bruit ne peut être mesurée directement avec un tube de bruit, on doit utiliser le montage indiqué figure 47.



Gain du mélangeur préampli : 30 dB
Bande passante à 1 dB : 100 MHz

FIGURE 47 - MONTAGE UTILISE POUR LA MESURE DU FACTEUR DE BRUIT

Soient G et F le gain et le facteur de bruit de l'amplificateur, G' et F' ces mêmes grandeurs pour la chaîne de réception.

(Le facteur de bruit F' étant mesuré de façon classique avec un tube de bruit).

.../...

Si à l'entrée du montage on place une charge, on reçoit une puissance P comme indiqué schématiquement figure 48.

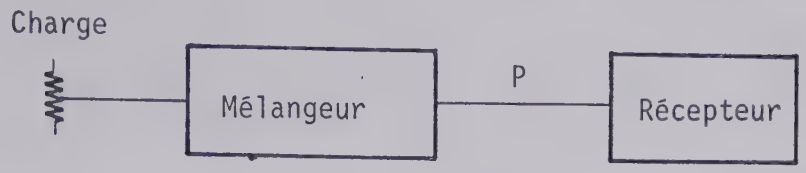


FIGURE 48

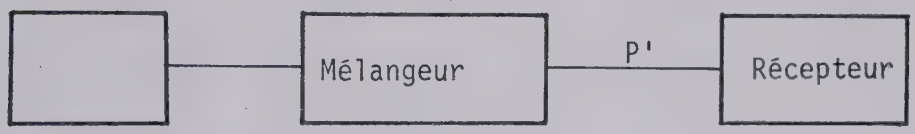
avec $P = F'.\ G'.\ kT_A\ \Delta f$ (Δf : bande passante)

De même si on introduit l'amplificateur devant le mélangeur, (figure 49) on trouve, en introduisant le gain G_T et le facteur de bruit F_T de l'ensemble amplificateur plus récepteur, une puissance P' telle que :

$$P' = F_T.\ G_T.\ kT_A\ \Delta f$$

or $$F_T = F + \frac{F'-1}{G}$$

et $$G_T = G.G'$$



Amplificateur
à avalanche

FIGURE 49

$$\text{d'où } \frac{P'}{P} = \left[F + \frac{F'-1}{G} \right] \frac{G}{F'}$$

on en déduit F :

$$F = \frac{F'\left[\frac{P'}{P} - 1\right] + 1}{G}$$

soit, compte tenu des ordres de grandeurs.

$$F = \frac{F'}{G} \cdot \left(\frac{P'}{P}\right)$$

On trouve ainsi un facteur de bruit de 36 dB.

Ce résultat est en accord avec les études théoriques et pratiques entreprises par ailleurs. Selon HINES (réf. 23) la valeur élevée du facteur de bruit pour les amplificateurs à diode à avalanche s'explique par les variations très rapides du courant dues à une modulation brusque des vitesses des porteurs et à une fluctuation de la condition d'avalanche.

.../...

Chapitre IV - Conclusion.

L'étude présentée ici sur les diodes à avalanche a comporté deux aspects . Le premier, décrit au Chapitre II, offre une place importante aux calculs sur ordinateurs et a pour objet l'analyse théorique (essentiellement axée sur l'impédance) du fonctionnement des diodes. Le second, explicité au Chapitre III, prolonge le précédent et est consacré à la réalisation d'un amplificateur.

Nous avons mis au point les programmes de simulation sur ordinateur pour calculer l'impédance d'une diode ayant un profil de dopage donné ; on a ainsi trouvé l'impédance "petit signal" à partir de la répartition statique et celle "grand signal" en étudiant le courant généré par une tension hyperfréquence. Bien que l'exploitation de ces programmes ait été limitée par manque de temps, leurs applications n'en demeurent pas moins importantes. Le "programme statique" a l'avantage de donner assez rapidement les grandeurs caractéristiques de la diode alors que le "programme dynamique" décrit quantitativement son fonctionnement en hyperfréquence et permet de prévoir le comportement de la diode soumise à une action extérieure ou placée dans une cavité électromagnétique. De plus le programme dynamique est utilisable pour l'étude de nouveaux modes (par exemple le mode TRAPATT) et pour une recherche de la structure qui permette l'utilisation optimale du composant.

Les résultats des mesures d'admittances de la diode sont proches de ceux obtenus théoriquement et confirment, dans une large bande de fréquence (1 GHz environ), l'exactitude du schéma équivalent constitué par une capacité C et une résistance négative.-R en parallèle. La valeur élevée du produit RC implique pour l'amplificateur à diode à avalanche un produit gain-bande passante faible. Certes dans le cas où on veut amplifier une onde hyperfréquence dans une bande de fréquences étroite l'utilisation d'un tel composant pourra être envisagée, mais dans la plupart des cas la limitation du produit gain-bande et la valeur très élevée du facteur de bruit compromettront son emploi.

Annexe I - Barrière de potentiel.

On veut étudier la valeur du champ électrique et la répartition des porteurs dans le semi-conducteur en l'absence d'action extérieure.

1 - Etude du modèle.

Au voisinage de la jonction les porteurs majoritaires tendent, par diffusion, à se déplacer vers les régions où ils sont minoritaires. Il se crée un champ électrique et deux zones : l'une côté p chargée négativement, l'autre côté n chargée positivement. L'équilibre thermodynamique est atteint lorsque le courant de conduction produit par le champ électrique s'oppose exactement au courant de diffusion. Un phénomène analogue se produit au voisinage de la séparation n^+n. Il en résulte une barrière de potentiel définie par

$$V_B = - \int_0^L E(X)\, dX$$

Ecrivons à nouveau le système III (page 16)

$$\text{III} \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial T} = - G_1 + G_2 - \dfrac{\partial Jp}{\partial X} \\ \dfrac{\partial N}{\partial T} = - G_1 + G_2 + \dfrac{\partial J_n}{\partial X} \\ \dfrac{\partial E}{\partial X} = P - N + D_t(X) \end{cases}$$

On recherche les solutions statiques en l'absence d'action extérieure ce qui implique :

$$* \quad \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\partial N}{\partial T} = \frac{\partial E}{\partial T} = 0$$

$$* \quad J_p = \mu_p \left(P.E - \frac{\partial P}{\partial X}\right) = 0 \qquad (1)$$

$$J_n = \mu_n \left(N.E + \frac{\partial N}{\partial X}\right) = 0 \qquad (2)$$

On en déduit :

$$G_2 = \alpha_p . |Jp| + \alpha_n . |J_n| = 0$$

et ainsi :

$$G_1 = 0$$

soit :

$$N.P = 1 \qquad (3)$$

Intégrons les équations (1) et (2), on obtient :

$$P = A. \exp \left(\int E(X)\, dX\right)$$

$$N = B. \exp \left(-\int E(X)\, dX\right)$$

.../...

Compte tenu de (3) les constantes d'intégration A et B sont liées par la relation :

$$AB = 1$$

P et N étant positifs, posons :

$$A = \exp(-V_o)$$

d'où :

$$P = \exp(-V_o + \int E(X)dX)$$

et :

$$N = \exp(V_o - \int E(X)dX)$$

Le potentiel V (X) étant défini à une constante près, on écrit :

$$P = \exp[-V(X)]$$

et $N = \exp[V(X)]$

avec $V(X) = -V_o + \int E(X)dX$

L'équation de Poisson prend donc la forme :

$$\frac{dE}{dX} = -\frac{d^2V}{dX^2} = \exp[-V(X)] - \exp[V(X)] + D_t(X)$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\frac{d^2V}{dX^2} = \frac{\text{sh}[V(X)]}{2} - D_t(X) \qquad (4)$$

2. Conditions aux limites.

Pour résoudre l'équation (4) deux conditions aux limites doivent être introduites. Pour ce faire on écrit que les porteurs minoritaires sont en quantité négligeable aux extrémités du barreau de semi-conducteur :

- côté n^+

$$\begin{cases} N(0) \simeq D_t(0) \\ P(0) \simeq \dfrac{1}{D_t(0)} \end{cases}$$

d'où :

$$\begin{cases} V(0) = \text{Log} D_t(0) \\ P(L) \simeq |D_t(L)| \\ N(L) \simeq \dfrac{1}{|D_t(L)|} \end{cases}$$

- côté p

d'où :

$$V(L) = -\text{Log}|D_t(L)|$$

.../...

Conformément à la théorie de SCHOCKLEY (réf. 24) la barrière totale de potentiel V_B est fixée simplement par le dopage aux extrémités.

3. Méthode de résolution.

Les notations utilisées sont celles définies au chapitre II et reproduites figure 50.

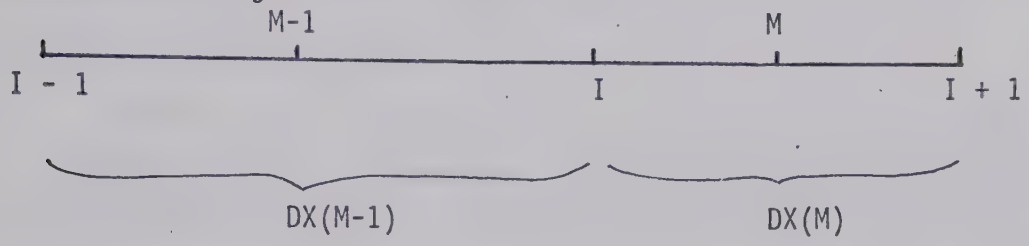


Figure 50

L'expression discrétisée de l'équation (4) pour I = 2 à IT-1 est :

$$\frac{V(I+1)}{DX(M).DY(I)} + \frac{V(I-1)}{DX(M.1).DY(I)} - \frac{2V(I)}{DX(M).DX(M-1)} = \frac{shV(I)}{2} - D_t\ (I)$$

Elle conduit à un système de IT-2 équations à IT-2 inconnues : V(2)... V(IT-1), puisque les valeurs V(1) et V(IT) aux extrémités sont fixées. Ce système n'étant pas linéaire, il ne peut être résolu par une méthode simple. On utilise alors un procédé de "quasilinéarisation" introduit par BELLMAN et KALABA (réf. 25).

On étudie une suite convergente $V_1(X)$, $V_2(X)$... $V_q(X)$... définie sur le segment $[0,L]$ telle que la limite V(X), soit solution de l'équation (4). Supposons $V_q(X)$ proche de la solution, l'équation (4) peut s'écrire :

$$\frac{d^2V_q(X)}{dX^2} = f[V_q(X)]$$

et puisque $V_q(X)$ est peu différent de V(X) il en est de même pour $V_{q-1}(X)$

Il en résulte :

$$\frac{d^2V_q(X)}{dX^2} \simeq f\,[V_{q-1}(X)] + \left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)_{q-1} \cdot \left[V_q(X) - V_{q-1}(X)\right]$$

Compte tenu de la forme de l'équation (4) on obtient :

$$\frac{d^2V_q}{dX^2}(X) - \frac{chV_{q-1}(X)}{2}\ V_q(X) = \frac{shV_{q-1}(X)}{2} - \frac{chV_{q-1}(X)}{2} \cdot V_{q-1}(X) - D_t(X)$$

Cette équation mise sous forme discrète devient :

.../...

$$\frac{V_q(I+1)}{DX(M).DY(I)} + V_q(I)\left[-\frac{2}{DX(M)DX(M-1)} - \frac{chV_{q-1}(I)}{2}\right] + \frac{V_q(I-1)}{DX(M).DY(I)} =$$

$$\frac{shV_{q-1}(I)}{2} - \frac{chV_{q-1}(I)}{2} V_{q-1}(I) - D_t(I)$$

Le système en V(I), ainsi obtenu est linéaire et la forme :

$$A(I).V_q(I+1)+B(I).V_q(I)+C(I).V_q(I-1) = F\left[V_{q-1}(I)\right] \qquad (5)$$

Connaissant la répartition $V_{q-1}(I)$ on en déduit tous les coefficients du système. Pour le résoudre on procède par élimination. Cette méthode a l'avantage d'être plus simple et plus rapide que celle qui utilise l'inversion de la matrice tridiagonale du système.

On obtient ensuite le champ électrique par dérivation du potentiel :

$$E(M) = -\frac{V_q(I+1) - V_q(I)}{DX(M)}$$

4 - Résultats.

Le dopage étudié est celui indiqué figure 1 (page 2) et le découpage du segment [O,L] celui défini au Chapitre II.

La répartition initiale du potentiel a été choisie telle que :

$$\frac{\partial E}{\partial X} = 0$$

ce qui entraîne :

$$P(I) - \frac{1}{P(I)} + D_t(I) = 0$$

soit

$$P(I) = \frac{-D_t(I) + \sqrt{\left[D_t(I)\right]^2+4}}{2}$$

$$N(I) = \frac{1}{P(I)}$$

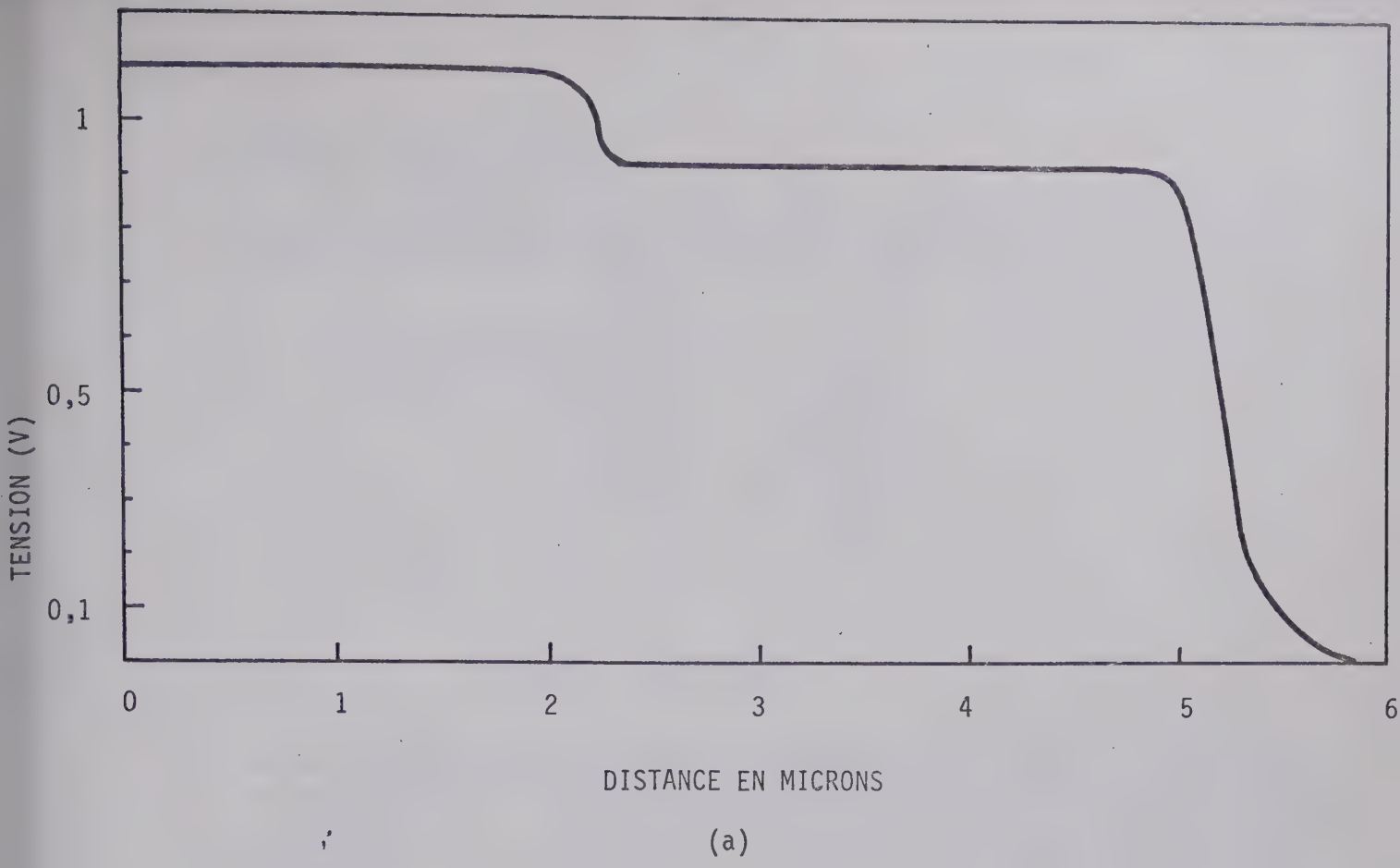
et

$$V_1(X) = -\text{Log } P(I)$$

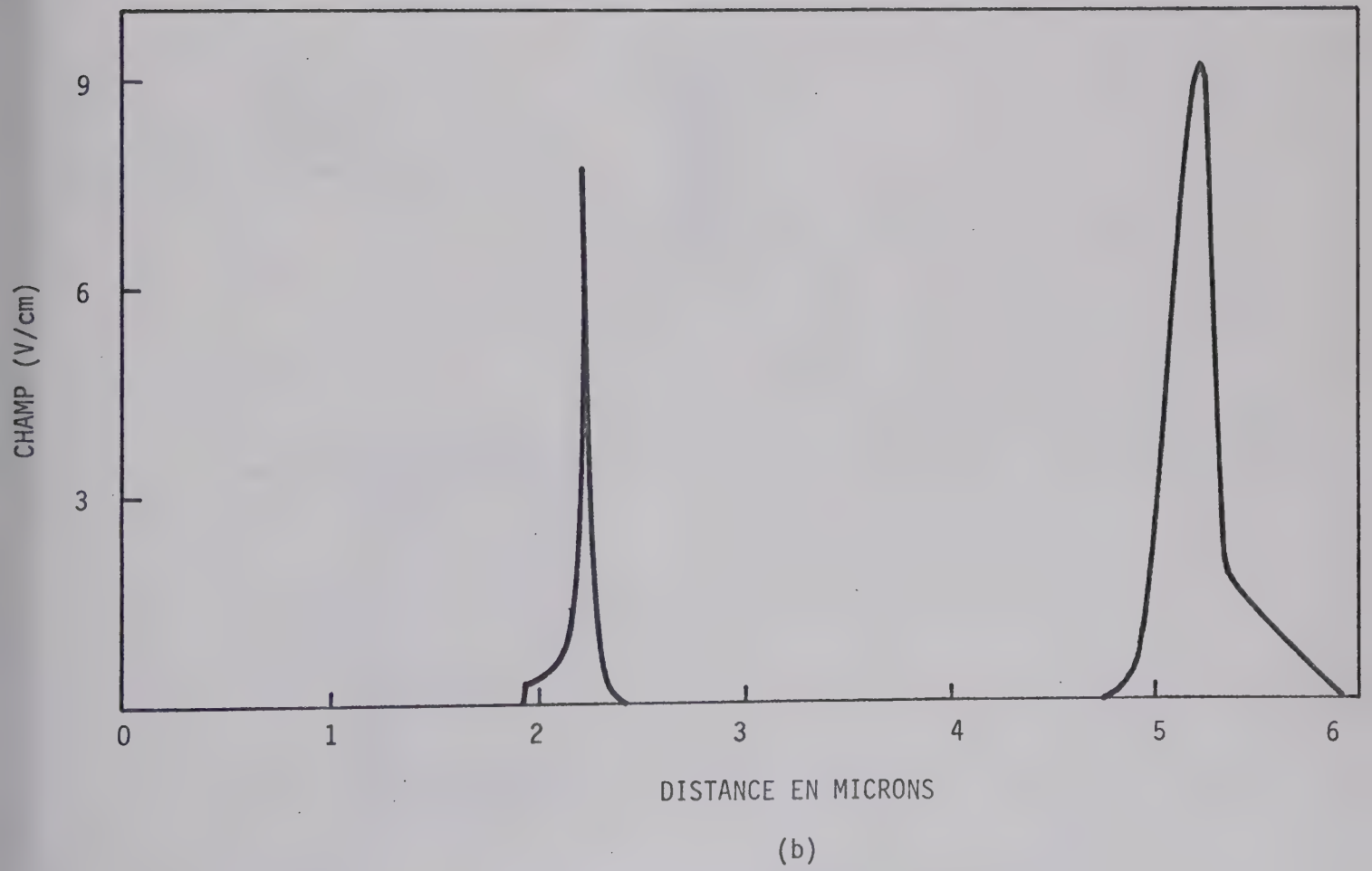
Le calcul réalisé à l'ordinateur est rapidement convergent. Pour une précision relative de $\frac{1}{1000}$ sur V(I), 5 itérations sont nécessaires. Ceci nécessite 20s de temps de calcul pour une taille mémoire de 13Kmots.

Les résultats sont portés figure 51. Au niveau des limites de zone n^+n et np^+, on observe des variations rapides de tension correspondant à des pics du champ électrique.

.../...



(a)



(b)

FIGURE 51 - (a) Potentiel de contact

(b) Champ électrique

Annexe 2 - Ligne radiale.

On considère la cavité radiale ABCD (représentée figure 52), limitée par la surface S' et la face S du transformateur d'impédance :

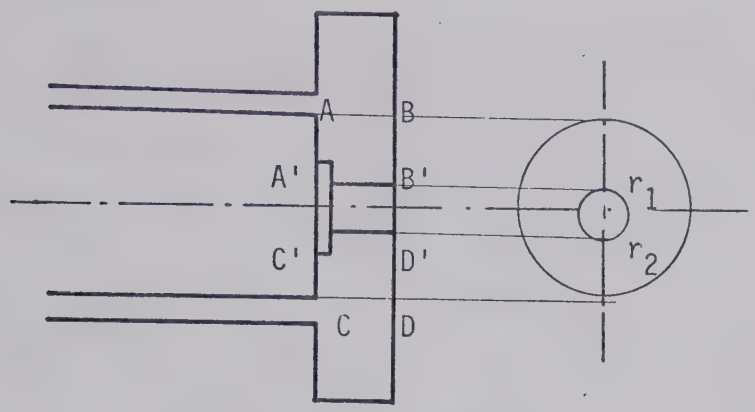


FIGURE 52 - NOTATIONS

Les champs électrique et magnétique résultent, en toute rigueur, d'une superposition de différents modes possibles. Compte tenu de la forme et des dimensions de la cavité on s'intéresse uniquement au mode fondamental correspondant à un champ électrique longitudinal et à un champ magnétique transversal. Ce qui veut dire, en adoptant un système de coordonnées cylindriques comme indiqué figure 53, que seules les composantes E_Z et H_θ sont non nulles.

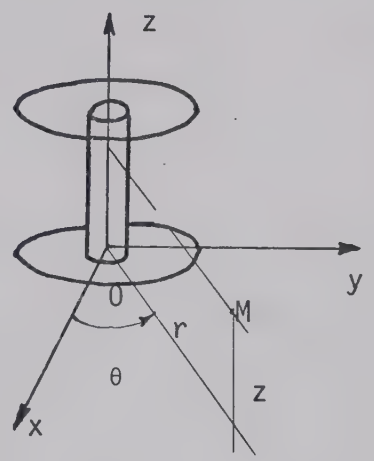


FIGURE 53 -

CHOIX DES COORDONNEES CYLINDRIQUES

Le premier groupe des équations de Maxwell en l'absence de courant de conduction s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Il entraîne pour le mode considéré :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_Z}{\partial \theta} = 0 \\ \dfrac{\partial E_Z}{\partial r} = j\omega \mu_0 H_\theta \end{cases}$$

.../...

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H_\theta}{\partial Z} = 0 \\ \dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}(rH_\theta)\right] = jw\varepsilon_o E_Z \end{cases}$$

Comme on pouvait le prévoir, étant donné la symétrie de la cavité les équations précédentes montrent que E_Z et H_θ dépendent uniquement de r.

Introduisons la tension entre plaques :

$$V(r) = -\int_1^2 E_Z dl = -l\, E_Z(r)$$

et le courant

$$I(r) = \int H_\theta dl = 2\pi r\, H_\theta(r)$$

d'où :

$$\begin{cases} E_Z(r) = \dfrac{-V(r)}{l} \\ H_\theta(r) = \dfrac{I(r)}{2\pi r} \end{cases}$$

Reportons ces expressions dans les équations de Maxwell, avec :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$$

On obtient :

$$\frac{dV}{dr} = jlk\eta \frac{I(r)}{2\pi r}$$

$$\frac{dI}{dr} = j\frac{k}{\eta}\frac{2\pi r V(r)}{l}$$

soit :

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV}{dr} + k^2 V = 0$$

Les solutions de cette équation sont les fonctions de Bessel d'ordre 0, de 1ère et 2ème espèce et s'écrivent de façon générale :

$$V(r) = A\, J_o(kr) + B\, N_o(kr)$$

A et B étant des constantes.

On en déduit :

$$I(r) = -\frac{2\pi r j}{lk\eta}\frac{dV}{dr}$$

.../...

soit :

$$I(r) = \frac{2\,jr}{\eta}\left(A\,J_1(kr) + B\,N_1(kr)\right)$$

Conformément aux conventions de signe indiquées figure 54 l'impédance Z_1 et l'impédance Z_2 vues aux niveaux r_1 et r_2 s'écrivent :

$$Z_1 = \frac{-V(r_1)}{I(r_1)}$$

$$Z_2 = \frac{-V(r_2)}{I(r_2)}$$

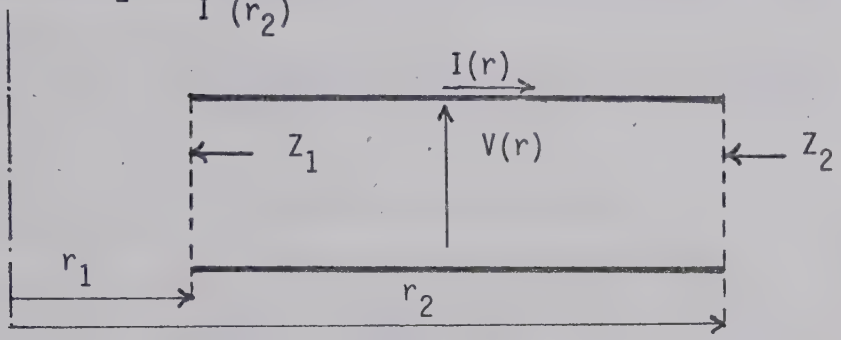


Figure 54

Introduisons les impédances réduites :

$$z = 2\,j\,\frac{Z}{\eta}\,\frac{r}{T}$$

et posons :

$$u = k.r$$

L'élimination des constantes A et B dans les expressions de z_1 et z_2 conduit à :

$$z_1 = \frac{z_2\left[J_1(u_2).N_0(u_1) - J_0(u_1).N_1(u_2)\right] + \left[J_0(u_2).N_0(u_1) - J_0(u_1).N_0(u_2)\right]}{\left[J_0(u_2).N_1(u_1) - J_1(u_2).N_0(u_1)\right] + z_2\left[J_1(u_2).N_1(u_1) - J_1(u_1).N_1(u_2)\right]}$$

Cette formule, semblable à celle introduite pour les lignes uniformes, se simplifie en utilisant les abaques relatifs aux quantités entre crochets et donnés par MARCUVITZ (réf. 26).

BIBLIOGRAPHIE

-:-:-:-:-:-:-

1 - READ
"A proposed high-frequency negative-resistance diode"
Bell System Tech. J. (Mars 1958)

2 - GILDEN - HINES
" Electronic Tuning Effects in the Read Microwave Avalanche Diode "
IEEE Trans. Electron Devices, vol.ED.13 (Janvier 1966)

3 - SHOCKLEY - READ
"Statistics of the Recombinaison of Holes and Electrons"
Phys. Rev., 87 (1952)

4 - HALL
"Electron - Hole Recombinaison in Germanium"
Phys. Rev. 87 (1952)

5 - GIBBONS-SZE
"Avalanche Breakdown in Read Diodes and p i n Diodes"
Solid State Electron 11 (1968)

6 - PRINCE
"Drift Mobilities in Semiconductors. II. Silicon"
Phys. Rev. 93 (Mars 1964)

7 - PRIOR
"The Field Dependence of Carrier Mobility in Silicon and Germanium"
J. of. Phy. Cham. Solids, 12 (1959)

8 - Mc KAY
"Avalanche Breakdown in Silicon"
Phys. Rev. 94 (1954)

9 - DE MARI
"An a accurate numerical one-dimensional solution of the p-n junction under arbitrary transient conditions"
Solid. State. Electron. 11 (1968)

10 - FUNCK
"Utilisation du calculateur numérique pour la résolution des équations de transport dans une jonction P - N"
Revue Technique Thomson-CSF 3 (Mars 1971)

11 - GRELING - HADDAD
" Large - Signal Equivalent Circuits of Avalanche Transit Time Devices"
IEEE Trans - Microw. Th. Tec. 18 (Nov. 1970)

12 - SCHARFETTER - GUMMEL
" Large - Signal Analysis of a silicon Read diode oscillator "
IEEE Trans. Electron Devices. 16 (Jan. 1969)

13 - KELLER
"Résolution d'équations paraboliques aux dérivées partielles"
Méthodes Mathématiques pour calculateurs arithmétiques de Ralston et Wilf
Dunod (1965)

.../.

14 - RICHTMYER -
"Difference Methods for Initial - Value Problems"
Intersciences, New York (1957).

15 - BODE
"Network Analysis and Feedback Amplifier Design"
D. Van Nostrand, New York (1945)

16 - YOULA - SMILEN
" Optimum Negative Resistance Amplifiers"
Proc.Symphosium on Active Networks and Feedback Systems - Polyt. Inst. of Brooklyn (1960)

17 - MATTHAEI - YOUNG - JONES
" Microwave Filters, Impedance - Matching Networks and Coupling Structures "
Mc Graw Hill (1964)

18 - GESTINGER
" Prototypes for Use in Broadbanding Reflection Amplifiers "
IEEE Trans. Microw. Th. Tec. (Nov. 1963)

19 - GESTINGER
" The Packaged and Mounted Diode as a Microwave Circuit "
IEEE Trans. Microw. Th. Tec. (Fev. 1966)

20 - SOMLO
" The Computation of Coaxial Line Step Capacitance "
IEEE Trans. Microw. Th. Tec. (Janv. 1967)

21 - GESTINGER
"Coupled Rectangular Bars Between Parallel Plates "
IEEE Trans. Microw. Th. Tec. (Janv. 1962)

22 - YOUNG
" Stepped Impédance Transformers and Filter Prototypes "
IRE Trans. PGMTT (Sept. 1962)

23 - HINES
"Noise Theory for the Read Type Avalanche Diode"
IEEE Trans. Electron Devices (Jan. 66)

24 - SHOCKLEY
" The Theory of p-n Junctions in Semi-conductors and p-n Junction Transistor"
Bell System Tech. J.(1949)

25 - BELLMAN - KALABA
"Quasilinéarisation and Non linear Boundary-Value Problems"
Elsevier, New-York (1965)

26 - MARCUVITZ
"Waveguide Handbook"
Mc Graw Hill (1951)

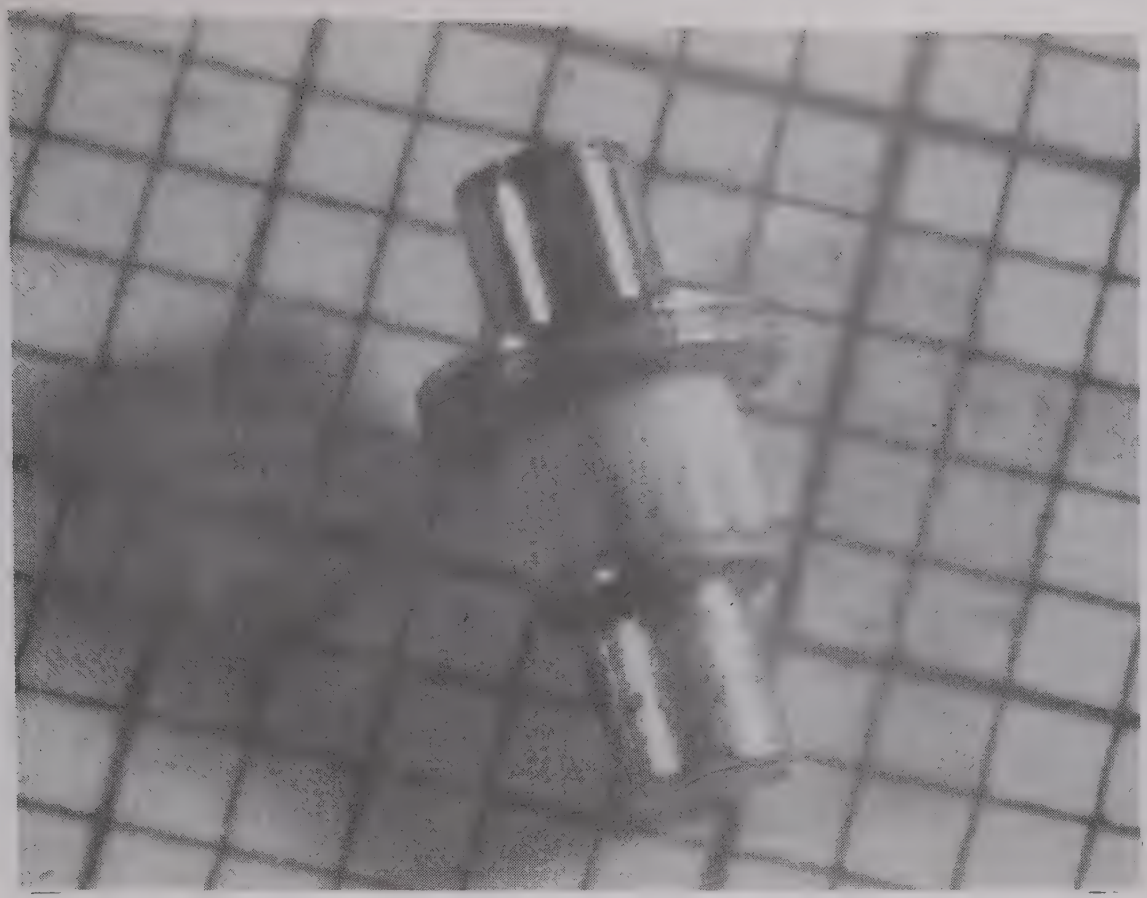


PHOTO 1 - DIODE EN BOITIER

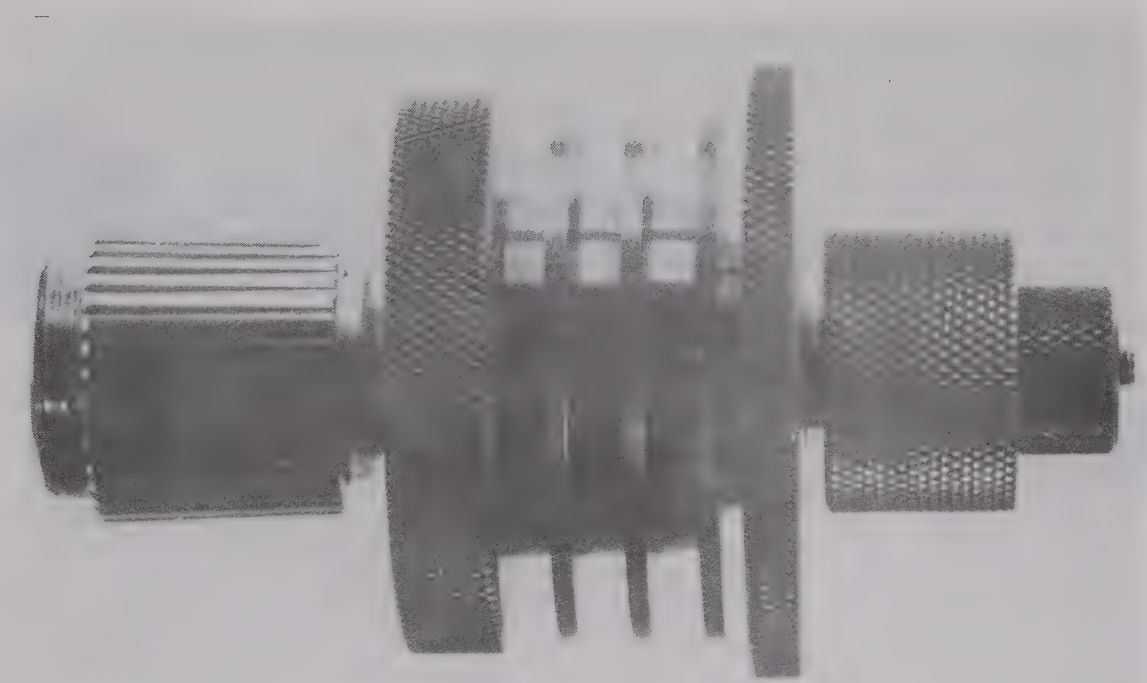


PHOTO 2 - MONTURE UTILISEE

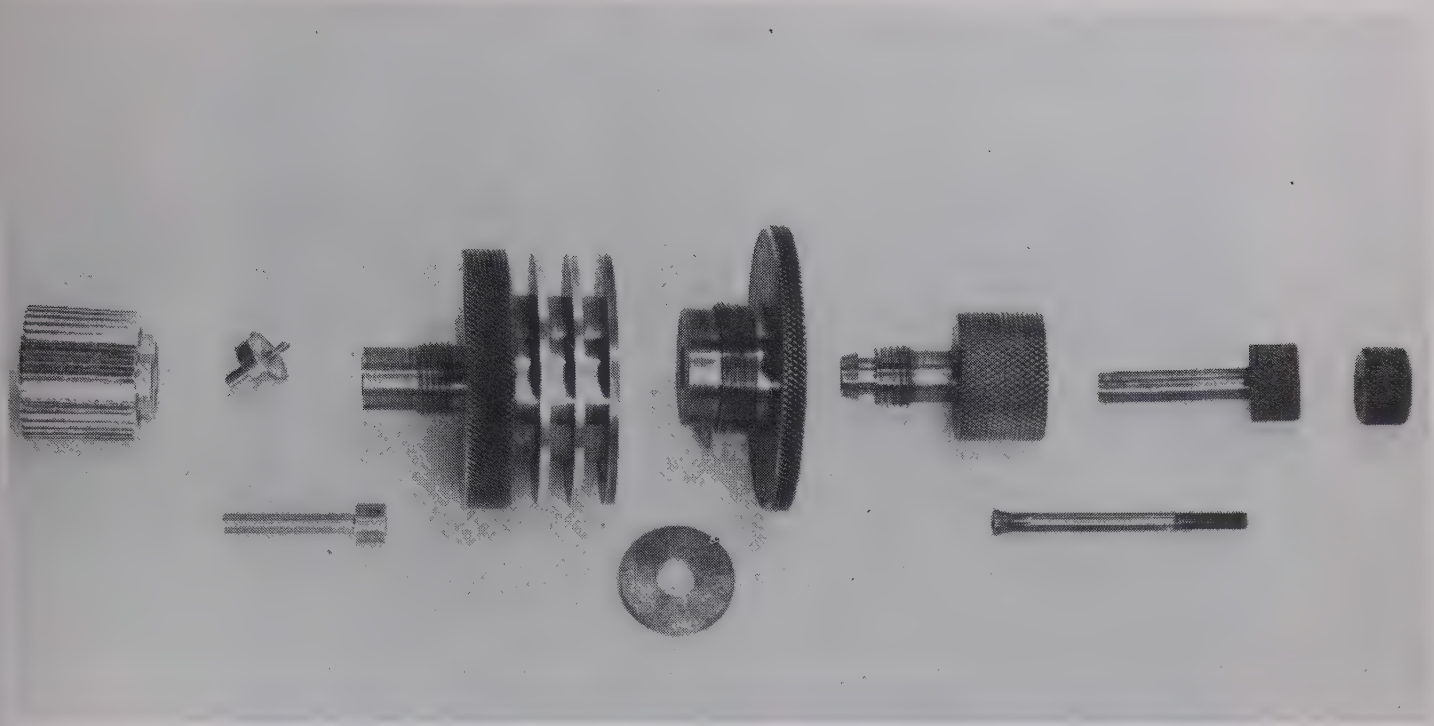


PHOTO 3 - ECLATE DE LA MONTURE

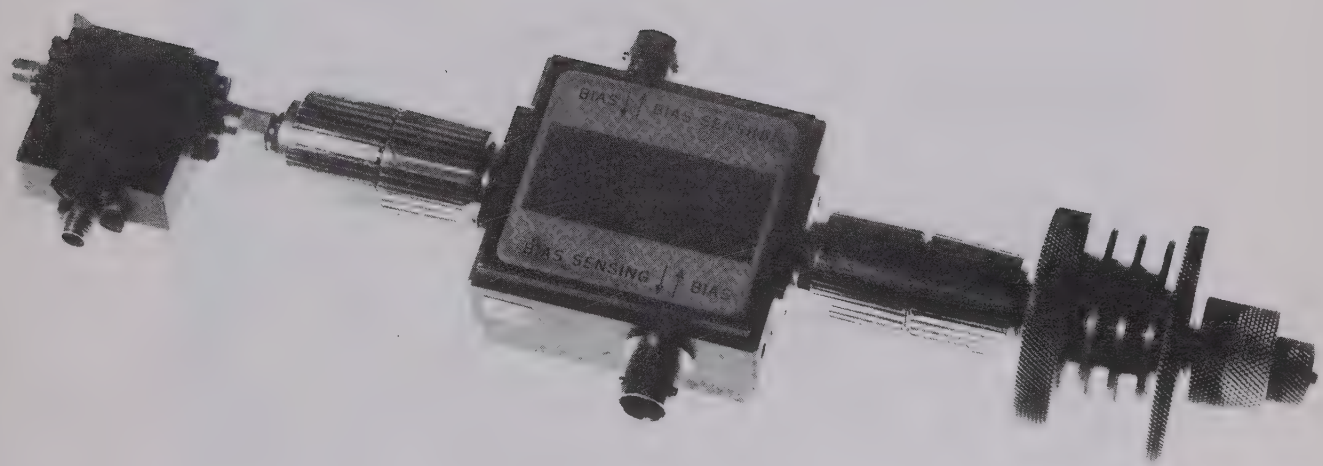


PHOTO 4 - AMPLIFICATEUR

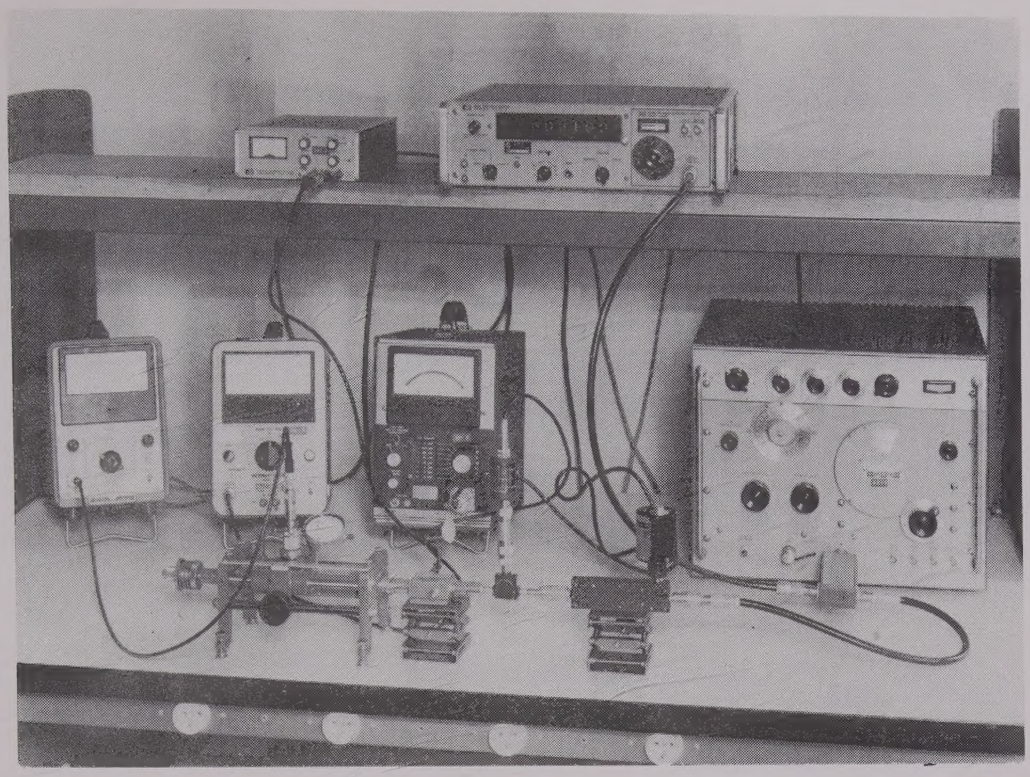


PHOTO 5 - EQUIPEMENT DE MESURE D'IMPEDANCE

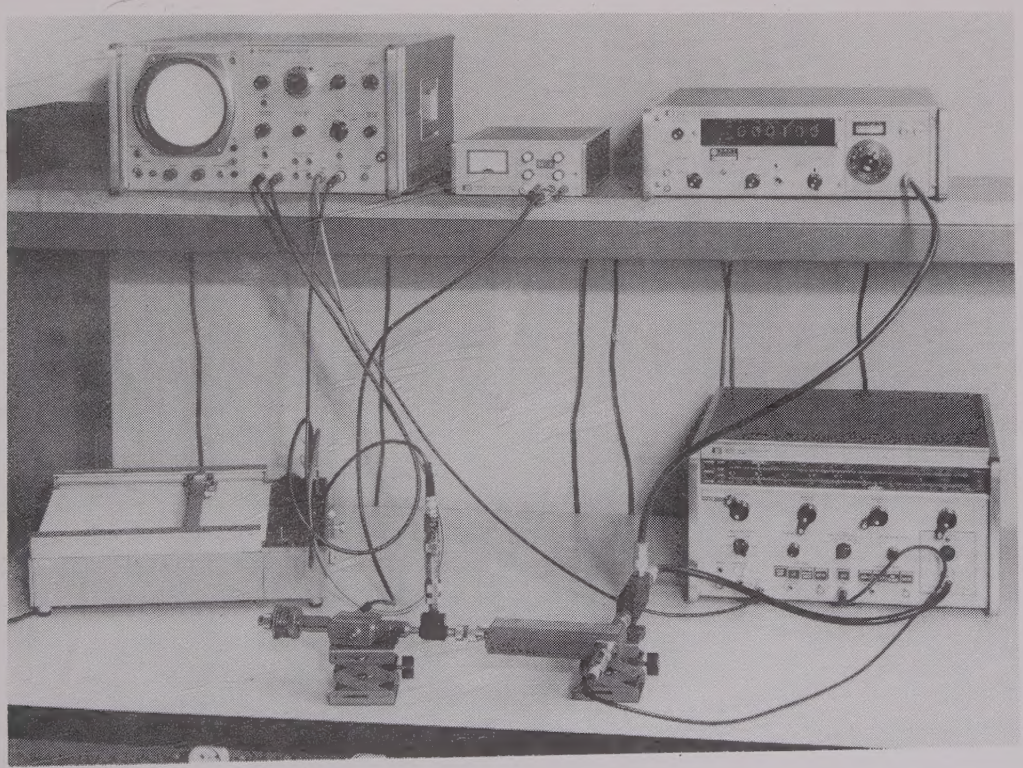
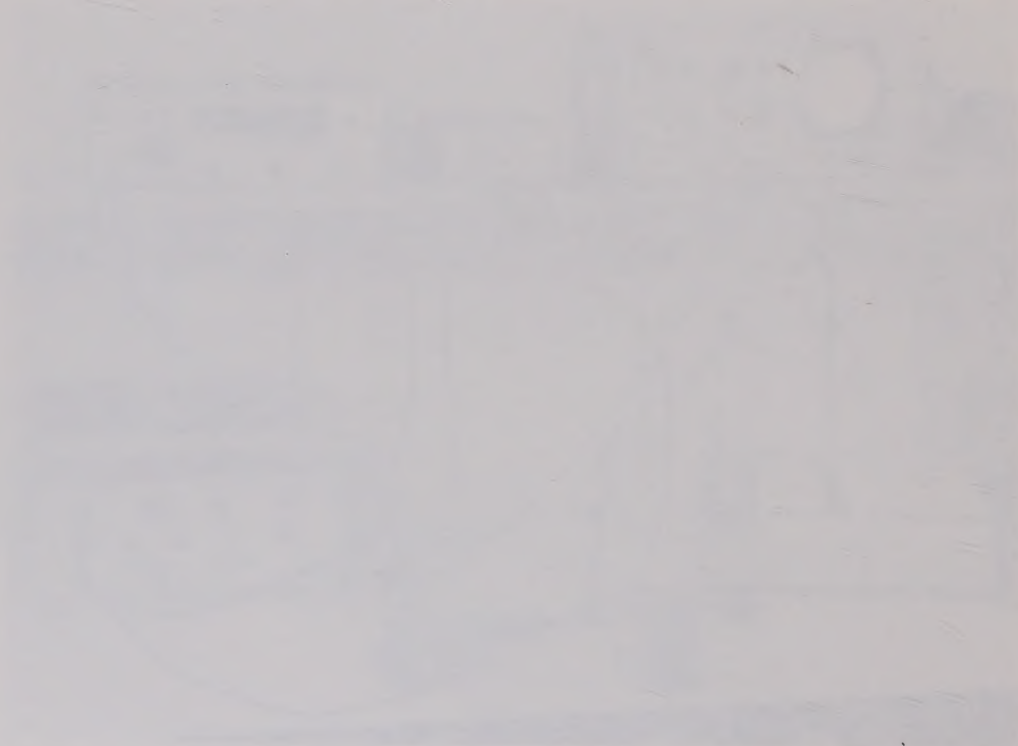



PHOTO 6 - EQUIPEMENT DE MESURE DES CARACTERISTIQUES DE L'AMPLIFICATEUR